KAN PRISEN PÅ VALUTAOPSJONER SI NOE OM MARKEDETS OPPFATNING AV USIKKERHET OM KRONEKURSEN?

Forskningssjef Øyvind Eitrheim i Forskningsavdelingen, rådgiver Espen Frøyland og rådgiver Øistein Røisland i Økonomisk avdeling, Norges Bank[1]

Prisene i markedet for valutaopsjoner kan gi informasjon om hvordan markedsaktørene vurderer usikkerheten om fremtidig valutakurs. På basis av disse opsjonsprisene har vi beregnet sannsynlighetsfordelingen for kursen på norske kroner i forhold til tyske mark siden 1. januar 1998. Inntil august i fjor forventet markedet forholdsvis liten volatilitet i kronekursen og vurderte en svekkelse av kronen som om lag like sannsynlig som en styrking. Gjennom høsten 1998 svekket norske kroner seg, og usikkerheten om utviklingen i fremtidig valutakurs økte sterkt. Samtidig var det en tendens til at markedsaktørene vurderte en vesentlig svekkelse av kronen som mer sannsynlig enn en tilsvarende styrking. I løpet av våren 1999 har volatiliteten kommet ned på om lag det nivået den hadde før kronekursen svekket seg høsten 1998. Den beregnede sannsynlighetsfordelingen for kronekursen i slutten av mai er tilnærmet lik den tilsvarende fordelingen i juli i fjor. Markedsaktørenes oppfatning av usikkerheten i kronekursen ser derfor ut til å være om lag den samme som den var før valutauroen høsten 1998.

Innledning

Finansielle størrelser brukes ofte som indikatorer for markedsaktørenes forventninger. Terminvalutakursen er en indikator for markedets forventning om fremtidig valutakurs dersom det ikke eksisterer risikopremier i tilknytning til valutaplasseringer.[2] Terminkursene gir imidlertid ingen informasjon om usikkerheten i valutakursutviklingen. En måte å få informasjon om usikkerheten i valutamarkedet på, er å måle hvor stor volatilitet det har vært i valutakursen i en gitt periode. Dette kan gjøres på flere måter; med enkle beregninger av standardavviket til kursendringer, eller ved estimering av avanserte modeller.[3] En ulempe ved slike mål på usikkerheten i valutamarkedet er at det er forskjell mellom historisk volatilitet, som disse måler, og markedets forventninger om fremtidig volatilitet.

Ved hjelp av priser på valutaopsjoner kan en mer direkte måle markedets forventninger om fremtidig volatilitet. Som vi skal vise i denne artikkelen, er det mulig å estimere den implisitte sannsynlighetsfordelingen for den fremtidige kronekursen – basert på markedets forventninger. Denne informasjonen kan sentralbanker nyttiggjøre seg på flere måter: For det første kan slik informasjon være relevant i forbindelse med tolkningen av utviklingen i rentedifferansen. Rentedifferansen gjenspeiler både en risikopremie og depresieringsforventninger. Risikopremien avhenger av hvor usikker valutakursen blir oppfattet, slik at valutaopsjoner kan gi informasjon om størrelsen på risikopremien. En vil dermed få et bedre grunnlag for å vurdere i hvilken grad rentedifferansen gjenspeiler depresieringsforventninger. For det andre kan opsjonsmarkedet gi verdifull informasjon om effekten av eventuelle valutaintervensjoner med sikte på å dempe volatiliteten. For det tredje kan selve formen på sannsynlighetsfordelingen gi informasjon om markedsaktørenes vurdering av sannsynligheten for visse typer utfall. For eksempel kan eventuelle «peso-problemer» lettere identifiseres.[4]

1 Takk til Jan Engebretsen, Kristin Gulbrandsen, Amund Holmsen, Harald Johansen, Jon Nicolaisen og Ole Bjørn Røste i Norges Bank for gode kommentarer. Peter Hördahl i Sveriges Riksbank har ytt verdifull assistanse, blant annet ved å stille til rådighet programmer til beregningsrutinene.

2 En risikopremie fører til at terminkursen gir et skjevt bilde av kursforventningene, se for eksempel Lewis (1995).

3 En type av slike modeller er GARCH-modellen (Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity), utviklet av Bollerslev (1986), eller mer kompliserte valutakursmodeller som fremkommer som en kombinasjon av en dynamisk stokastisk prosess og en prosess som gir mulighet for stokastiske sprang i valutakursen (såkalte «jump-diffusion» modeller), se for eksempel Malz (1996). Se Froyn og Mundaca (1999) for GARCH-estimering av NOK/DEM.

4 Dersom det er en gitt sannsynlighet for betydelig endring i kursen i en bestemt retning, vil den matematiske forventningen av en endring være vesentlig selv om mesteparten av sannsynlighetsmassen ligger rundt små endringer. Peso-problemet henspiller på en periode på 1980-tallet hvor rentedifferansen mellom meksikanske peso og amerikanske dollar var stor til tross for en svært stabil peso-dollar-kurs.

I artikkelen vil vi først kort gjennomgå den generelle teorien for opsjonspriser. Deretter vil vi drøfte prisdannelsen på de vanligste typene av valutaopsjoner. Til slutt viser vi hvordan valutaopsjoner kan benyttes for å estimere den implisitte sannsynlighetsfordelingen for valutakursen. Gjennomgåelsen knyttes opp mot utviklingen i valutamarkedet fra januar 1998 til mai 1999.

Hva bestemmer prisen på en opsjon?

En kjøpsopsjon er en avtale som gir den ene parten rett, men ikke plikt til å kjøpe et (underliggende) objekt til en gitt pris – utøvelsesprisen – på eller innen et gitt tidspunkt. Som vederlag for denne retten må det betales en premie til utstederen. Utstederen har på sin side plikt til å selge det underliggende aktivum dersom kjøperen ønsker å benytte sin rett til å kjøpe. En salgsopsjon er en avtale hvor kjøperen av opsjonen har rett, men ikke plikt til å selge det underliggende objektet til en gitt pris. Det er størst handel i opsjoner på aksjer og obligasjoner, men det finnes også et økende marked for opsjoner som har valuta som underliggende aktivum. I denne artikkelen vil vi se på valutaopsjoner.

Det kan være nyttig å se på et stilisert eksempel på en valutaopsjon: Anta at en investor kjøper en opsjon med pris NOK 1,0 som gir kjøperen rett til å kjøpe 10 euro til en pris på 8,30 kroner per euro (utøvelsesprisen) om én måned. Hvorvidt opsjonen blir benyttet avhenger av forholdet mellom valutakursen ved forfall og utøvelseskursen på avtalt tidspunkt. Dersom kronekursen er 8,50 om én måned, vil opsjonen gi kjøperen gevinst. Kjøperen av opsjonen kan da kjøpe 10 euro for 8,30 NOK/EUR og selge dem for 8,50 NOK/EUR. Gevinsten blir 10 x (8,50-8,30) – 1,0 (prisen på opsjonen) = 1,0 NOK. Dersom kronekursen i stedet skulle bli 8,10 per euro, vil det ikke være lønnsomt å benytte seg av opsjonen, og den vil være verdiløs ved forfall. Tapet begrenser seg til premien ved kjøp av opsjonen, det vil si NOK 1,0.

Det er lansert mange ulike modeller for å verdsette valutaopsjoner.[5] Den mest brukte modellen er en variant av Black-Scholes-modellen. Modellens forutsetninger om valutakursen innebærer at avkastningen på plasseringer i en gitt valuta er normalfordelt med konstant varians. I denne modellen, som er gjengitt i appendiks A, blir prisen på en europeisk valutaopsjon[6] bestemt av fem faktorer:

- Valutakursen i spotmarkedet
- Differansen mellom innenlandsk og utenlandsk rente
- Løpetiden til opsjonen
- Utøvelsesprisen
- Volatiliteten (standardavviket) i den underliggende valutakursen

Høyere volatilitet vil – alt annet likt – øke verdien av opsjonen. Grunnen til dette er at høyere volatilitet vil øke sannsynligheten for at opsjonen vil bli benyttet – det vil si være «in-the-money» – når opsjonen utløper.[7] Dette er illustrert i figur 1, der vi har antatt at den ene opsjonen er basert på et underliggende objekt x som er mindre usikker enn underliggende objekt y. I begge tilfeller er det 50 prosent sannsynlighet for at opsjonen gir gevinst som at den blir verdiløs. For kjøperen av opsjonen er et eventuelt tap begrenset til det opsjonen kostet, mens det ikke er noen øvre begrensning på gevinsten. Som det fremgår av figuren er det større sannsynlighet for at den opsjonen som er basert på et objekt med stor prisvariabilitet (opsjon y) vil gi en stor gevinst enn at den opsjonen der prisen på underliggende objekt er mer sikker (opsjon x) gjør det. Prisen på opsjon y vil være høyere for å reflektere dette økte gevinstpotensialet.

Av variablene i listen ovenfor, er det kun volatiliteten som ikke kan observeres direkte. Med et anslag på volatiliteten vil prisen på opsjonen følge direkte ut fra formelen. Tilsvarende kan en beregne volatiliteten dersom markedsprisen på opsjonen er kjent. Denne kalles «implisitt volatilitet» og vil stå sentralt i vår drøfting av informasjonsinnholdet i opsjonspriser.[8]

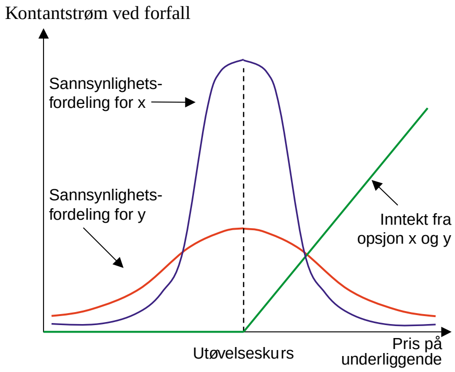
[5] For en god innføring i elementær opsjonsteori, se Brealey m.fl. (1996).

[6] En europeisk opsjon kan bare utøves ved forfall. Amerikanske opsjoner kan utøves når som helst før forfall.

[7] I valutaopsjonsmarkedet er konvensjonen at valutaopsjonen er «at-the-money» når dagens valutaterminkurs er lik utøvelseskursen. Dersom terminvalutakursen ved kontraktsinngåelse er høyere enn utøvelseskursen, sier en at opsjonen er «in-the-money». Om terminvalutakursen i dag er lavere enn utøvelseskursen, er opsjonen «out-of-the-money». Valutakursen måles i antall kroner per utenlandsk valuta. En høyere valutakurs innebærer dermed en depresiering av norske kroner.

[8] Formelt sett er implisitt volatilitet markedsaktørenes anslag på standardavviket for relative kursendringer.

Figur 1. *Sannsynlighetsfordeling og kontantstrøm (ved forfall) for to kjøps-opsjoner basert på underliggende objekt med forskjellig volatilitet*



Det forutsettes at de to opsjonene er basert på et underliggende verdipapir med samme pris og samme utøvelsespris. Opsjonene er forutsatt å være «at-the-money».

Markedet for valutaopsjoner

Valutaopsjoner, og derivater generelt, omsettes både over børs og i OTC («Over The Counter»)-markedet. Børsomsatte derivater er standardiserte med hensyn til kvalitet, kvantitet og leveringsbetingelser, og gjøres opp via en avregningssentral. Kontraktene som omsettes i OTC-markedet er i mindre grad standardiserte, og leveringsbetingelsene kan fastsettes etter partenes ønsker. Mesteparten av handelen med valutaopsjoner internasjonalt skjer gjennom OTC-markedet. Prisene stilles i form av implisitt volatilitet. Når oppgjøret skal finne sted, settes anslaget på implisitt volatilitet inn i Black-Scholes-formelen for å finne opsjonsprisen. Dette betyr ikke nødvendigvis at markedsaktørene aksepterer forutsetningene som ligger til grunn for Black-Scholes-modellen. Som vi skal se senere i artikkelen, er det mye som tyder på at Black-Scholes-modellens forutsetning om normalfordelte relative endringer i valutakursen er for enkel. En fordel med å stille priser på opsjoner i form av implisitt volatilitet, er at det ikke er nødvendig å endre prisen på valutaopsjonen selv om valutakursen endrer seg.

Omsetningen i OTC-markedet er anslått til å være nesten 50 ganger større enn børsomsetningen for valutaopsjoner. I henhold til en internasjonal undersøkelse av valutamarkedene som Bank for International Settlements (BIS) foretar hvert tredje år, var den gjennomsnittlige omsetningen i det internasjonale OTC-markedet for valutaopsjoner 1 650 milliarder amerikanske dollar i april 1998.[9] Dette markedet er mer enn fordoblet siden april 1995.

I Norge handles valutaopsjoner kun i OTC-markedet. I henhold til den norske undersøkelsen var omsetningen i valutaopsjonsmarkedet i Norge om lag 1 milliard amerikanske dollar i april 1998, det vil si 0,6 prosent av den samlede omsetningen i det norske valutamarkedet.[10] Dette innebærer en økning på rundt 20 prosent siden april 1995.

Til tross for at markedet for norske valutaopsjoner er lite, er det relativt likvid. Flere markedsaktører stiller indikative priser på skjermbaserte informasjonssystemer – som for eksempel Reuters – slik at investorer kan sammenlikne priser. I et effisient marked blir opsjonsprisen bestemt av arbitrasjehensyn, slik at tilbud og etterspørsel etter opsjoner dermed ikke får direkte effekt på opsjonsprisen. Imperfeksjoner, som transaksjonskostnader og ikke-kontinuerlig handel, kan imidlertid føre til at opsjonsprisen avviker fra den teoretisk «riktige» verdien.

I OTC-markedet for valutaopsjoner stiller finansinstitusjoner priser på særlig tre produkter; «at-the-money»-opsjoner og to typer kombinasjoner av opsjoner, såkalte «risk-reversals» og «strangles». Prisene på disse produktene gir informasjon om forskjellige egenskaper ved sannsynlighetsfordelingen for fremtidige valutakurser. Neste avsnitt forklarer hva disse produktene er, og hvilken informasjon prisene på dem kan gi.

Informasjonsinnholdet i opsjonspriser

Black-Scholes-modellen forutsetter at relative prisendringer på underliggende valuta er normalfordelt og at forventet valutakurs er gitt ved terminvalutakursen. Av dette følger at usikkerhet kommer til uttrykk i standardavviket for fremtidige valutakurser. I praksis er det imidlertid grunn til å anta at markedsaktørene ikke tror på denne forutsetningen. En vil da trenge mer informasjon for å beskrive egenskapene ved den implisitte sannsynlighetsfordelingen. Under visse forutsetninger (se appendiks B) vil prisene på

9 Se BIS (1998).

10 For en mer utfyllende oversikt av omsetningen i det norske valutamarkedet, se Jacobsen (1999).

henholdsvis at-the-money implisitt volatilitet, strangle og risk-reversal beskrive hele sannsynlighetsfordelingen for fremtidige valutakurser. Prisene på strangle og risk-reversal vil gi informasjon om hvordan den implisitte sannsynlighetsfordelingen avviker fra normalfordelingen. Før vi presenterer den estimerte implisitte sannsynlighetsfordelingen, vil vi diskutere utviklingen i prisene på de tre typene av valutaopsjoner i perioden januar 1998 til mai 1999.

Implisitt volatilitet

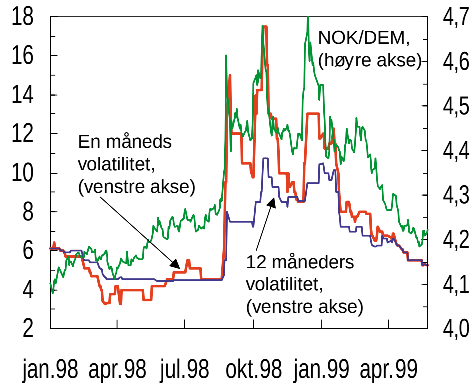
Implisitt volatilitet er et mål på hvor store svingninger i valutakursen markedsaktørene forventer, eller mer presist markedsaktørenes anslag på standardavviket for relative kursendringer. Teknisk sett finner en implisitt volatilitet ved å løse ut denne fra Black-Scholes-modellen. Som nevnt kvoteres imidlertid prisene på valutaopsjoner i OTC-markedet direkte i implisitt volatilitet i stedet for i prisen på opsjonen, og dette reflekterer den entydige sammenhengen mellom opsjonens pris og den implisitte volatiliteten.

De vanligste løpetidene for valutaopsjoner i OTC-markedet er en uke og en, to, tre, seks, ni og tolv måneder. En-ukes implisitt volatilitet gir et uttrykk for markedets usikkerhet om valutakursen en uke frem i tid. Tilsvarende gir tolv-måneders implisitt volatilitet uttrykk for usikkerheten for valutakursen ett år frem i tid. Implisitt volatilitet måles som standardavvik per år. Gjennom implisitt volatilitet for hver av løpetidene kan en få informasjon om hvordan markedet tror usikkerheten på den underliggende valutaen varierer over tid. På samme måte som en beregner implisitte terminrenter ut fra avkastningskurven på obligasjoner, kan implisitt terminvolatilitet beregnes.

Figur 2 viser utviklingen i henholdsvis én-måneds og tolv-måneders implisitt volatilitet samt utviklingen i kronekursen mot tyske mark. Fra 1. januar 1999 er tyske mark erstattet av euro. I figuren er vekslingsforholdet mellom tyske mark og euro pr. 01.01.99 lagt til grunn. Vi ser at én-måneds implisitt volatilitet økte kraftig mot slutten av august 1998. Volatiliteten var høyest i siste halvdel av oktober 1998. Tolv-måneders implisitt volatilitet økte også markert, men vesentlig mindre enn volatiliteten for kortere løpetider. Dette tyder på at markedet antok at én-måneds implisitt volatilitet etter hvert ville avta.

Figuren viser en klar korrelasjon mellom kursnivået og implisitt volatilitet. Det kan skyldes at kronekursen i stor grad blir bestemt av den valutakursrisiko markedsaktørene tillegger kroneplasseringer. Det kan imidlertid også tenkes at det er en simultanitet mellom valutakursen og risikopremien, slik at disse påvirker hverandre gjensidig. Videre kan andre forhold påvirke både valutakurs og volatilitet, slik at den observerte sammenhengen mellom valutakurs og implisitt volatilitet er spuriøs. I praksis kan det være vanskelig å avgjøre hva som er årsaken til den nevnte korrelasjonen. Hva slags årsaksforhold som ligger bak kan imidlertid ha implikasjoner for optimal pengepolitisk instrumentbruk. Dersom det er rene porteføljeskift, kan det være argumenter for bruk av intervensjoner. Dersom det er fundamentale forhold som påvirker både valutakursen og volatiliteten, kan det imidlertid være argumenter for å bruke renten i stedet for intervensjoner. Informasjon om slike årsaksforhold krever økonometriske undersøkelser og er ikke tema for denne artikkelen.

Figur 2. *Utviklingen i implisitt volatilitet på en og tolv måneders sikt i prosent og utviklingen i NOK/DEM. Høyere verdi betyr en svakere kronekurs*



Kilde: Citibank og Norges Bank

Strangle og risk-reversal – indikatorer på avvik fra normalfordelingen

Strangle og risk-reversal er to ulike kombinasjoner av valutaopsjoner. Aktører som har tro på store variasjoner i valutakursen, vil ønske å kjøpe en strangle. Aktører som tror at det er mer sannsynlig at kursen vil svekke seg vesentlig enn at den vil styrke seg vesentlig, vil ha interesse av å kjøpe en risk-reversal.

Gjennomgang av noen vanlige opsjonsstrategier

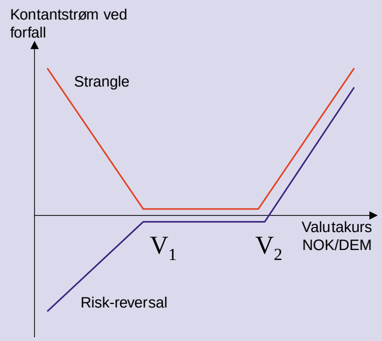
To vanlige opsjonsstrategier i valutaopsjonsmarkedet er såkalt «strangle» og «risk-reversal» opsjonsstrategier. Dette er kombinasjoner av en «out-of-the-money» kjøpsopsjon og en «out-of-the-money» salgsopsjon. Begge disse kombinasjonene handles både i det internasjonale og det norske OTC-markedet. Vanlig markedskonvensjon er at de prissettes med en «25 prosent delta». Formelt sett uttrykker en opsjons «delta» hvor mye prisen på opsjonen endres ved endringer i prisen på det underliggende objektet, se appendiks A. Ofte anses også «delta» å gi uttrykk for hvor stor sannsynligheten er for at opsjonen realiseres ved innløsningstidspunktet. Dersom delta er 25 prosent, betyr det at det er 25 prosent sannsynlighet for at opsjonen blir utøvd.

Strangle

En strangle er en kombinasjon av en out-of-the-money salgsopsjon og en out-of-the-money kjøpsopsjon. I denne opsjonsstrategien kjøper man begge opsjonene. I figuren nedenfor har vi illustrert hvordan kontantstrømmen av denne opsjonen avhenger av valutakursen ved forfall. Som det fremgår vil en investor som kjøper en strangle tjene på store bevegelser i fremtidig valutakurs. Dersom faktisk realisert valutakurs ved forfall av opsjonen er mindre enn V_1 eller større enn V_2, vil innehaveren av en strangle profittere på opsjonen. Dersom valutakursen havner innenfor disse punktene, vil kontantstrømmen ved forfall være null. Prisen – og implisitt volatilitet – til denne opsjonsstrategien vil dermed avspeile risikoen for ekstreme utfall i forhold til markedets prognose på den fremtidige volatiliteten. I statistisk forstand er prisen på en strangle knyttet opp til graden av kurtose i fordelingen. I forhold til en normalfordeling implisere positiv kurtose større sannsynlighet for relativt små utfall og også større sannsynlighet for ekstreme utfall. Det er derimot mindre sannsynlighet for moderate utfall (se definisjon i fotnote 2 i appendiks B).

I opsjonsmarkedet kvoteres en strangle som forskjellen mellom kjøps- og salgsopsjonens gjennomsnittlige volatilitet og at-the-money volatiliteten. Dersom kjøpsopsjonen for eksempel har en volatilitet på 6,9 prosent og salgsopsjonen på 6,5 prosent, og at-the-money opsjonen har en volatilitet på 6,3 prosent, vil strangelen kvoteres til 0,4 prosentpoeng i relativ volatilitet.

Figur 3. *Illustrasjon av risk-reversal og strangle*



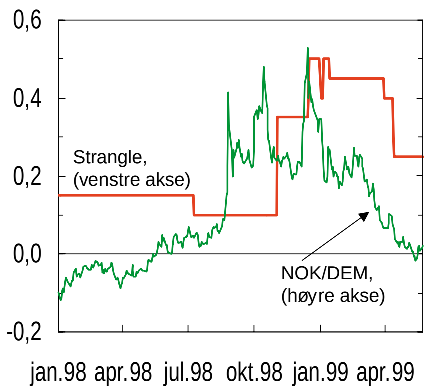
Risk-reversal

Risk-reversal er en kombinasjon av kjøp av en out-of-the-money kjøpsopsjon og salg av en out-of-the-money salgsopsjon. Figuren ovenfor viser inntekten av denne kombinasjonen som en funksjon av den fremtidige valutakursen. Som det fremgår vil en investor som kjøper en risk-reversal tjene penger dersom valutakursen blir lik eller svakere enn V2.

Prisen på en risk-reversal fastsettes som forskjellen mellom den implisitte volatiliteten mellom kjøpsopsjonen og salgsopsjonen. Dersom kjøpsopsjonen har en implisitt volatilitet på 6,7 prosent og salgsopsjonen har en implisitt volatilitet på 6,3 prosent, vil risk-reversalen verdsettes til 0,4 prosentpoeng i implisitt volatilitet. Om man tror det er mest sannsynlig at kjøpsopsjonen kommer til å havne in-the-money enn salgsopsjonen, vil det være gunstig å kjøpe en risk-reversal. I vår analyse av valutamarkedet, innebærer det at investoren tror det er mer sannsynlig at valutakursen vil svekkes enn at den vil styrkes. En risk-reversal vil derfor avspeile markedets oppfatning om retningen til usikkerheten til den fremtidige valutakursen. I statistisk forstand er risk-reversal en indikator på graden av skjevhet i fordelingen (se definisjon i fotnote 2 i appendiks B). En positiv verdi betyr at det er en positiv skjevhet i sannsynlighetsfordelingen til det underliggende objektet, det vil si mer sannsynlighetsmasse i høyre del av fordelingen.

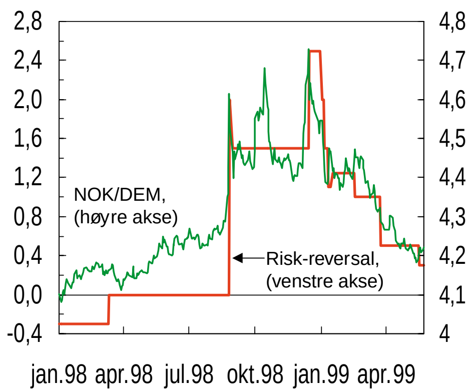
Som det fremgår av figur 4 økte prisen på en strangle kraftig i slutten av 1998. Markedsaktørene vurderte dermed store kursbevegelser som mer sannsynlige enn det som Black-Scholes-modellen skulle tilsi (for et gitt standardavvik). Den siste tiden har prisen på en strangle gått vesentlig ned, men ligger fremdeles noe høyere enn den gjorde frem til november i fjor.

Figur 4. *Utviklingen i strangle og NOK/DEM. Høyere verdi betyr en svakere kronekurs*



Kilde: Citibank og Norges Bank

Figur 5. *Utviklingen i risk-reversal og NOK/DEM. Høyere verdi betyr en svakere kronekurs*



Kilde: Citibank og Norges Bank

Korrelasjonen med valutakursen ser ut vil å være særlig sterk for prisen på risk-reversal, jf figur 5. Høsten 1998 var det en tendens til at det på svake kursnivåer var en oppfatning om større sannsynlighet for en vesentlig svekkelse av kronen enn en tilsvarende styrking. Slike erfaringer gjorde en også i England og i Sverige i denne perioden.[11] Fra årsskiftet 1998/1999 har prisen på risk-reversal falt kraftig. Dette tyder på at markedsaktørene ikke lenger tror på noen vesentlig asymmetri i sannsynlighetsfordelingen.

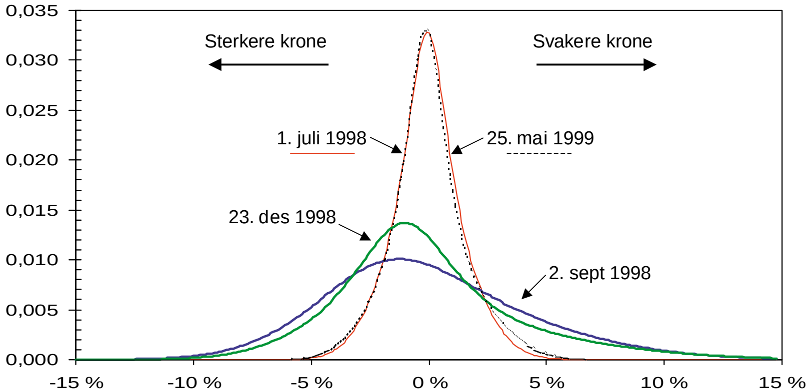
Estimering av implisitte sannsynlighetsfordelinger

I forrige avsnitt viste vi at opsjonsprisene på henholdsvis at-the-money volatilitet, strangle og risk-reversal gjenspeiler ulike egenskaper ved markedets forventninger om fremtidig kursutvikling. Ofte ville det imidlertid være nyttig å ha informasjon om hvilke sannsynligheter markedsaktørene tillegger ulike kursutfall. Breeden og Litzenberger (1978) har vist hvordan en ved hjelp av opsjonspriser kan utlede implisitte sannsynligheter for ulike kursutfall, forutsatt at aktørene er risikonøytrale. Dersom en kunne observere priser på opsjoner med et kontinuum av ulike utøvelsespriser, kunne en i prinsippet utlede hele den implisitte sannsynlighetsfordelingen. Som nevnt i forrige avsnitt, stilles normalt kun tre priser i OTC-markedet for valutaopsjoner: at-the-money implisitt volatilitet, strangle og risk-reversal. Malz (1997) har utviklet en metode for å anslå den implisitte sannsynlighetsfordelingen på basis av disse tre prisene. Metoden er beskrevet i appendiks B.

For å anslå den implisitte sannsynlighetsfordelingen forutsettes det at aktørene er risikonøytrale. Denne forutsetningen er neppe oppfylt i praksis. Selv om aktørene skulle være risikoaverse, er det likevel grunn til å tro at formen på sannsynlighetsfordelingen ikke ville endres vesentlig (se for eksempel Rubinstein (1994)). Fordelingens beliggenhet vil imidlertid avhenge av graden av risikoaversjon og størrelsen på risikopremien. Vi har derfor valgt å estimere fordelingen over relativt avvik fra terminkursen i stedet for ulike kursnivåer.

[11] Se for eksempel Cooper and Talbot (1999) og Aguilar og Hördahl (1999).

Figur 6. *Implisitte sannsynlighets-funksjoner for NOK/DEM.*



Den horisontale aksen måler endring i utøvelseskursen i forhold til terminkursen. Positiv verdi betyr en svekkelse av kronekursen, omregnet til årlig rate i prosent.

Kilde: Citibank og Norges Bank

I figur 6 har vi fremstilt den implisitte sannsynlighetsfordelingen for norske kroner mot tyske mark (euro etter 1. januar 1999). Den horisontale aksen måler prosentvis avvik mellom utøvelseskursen og terminvalutakursen. En verdi på 15% betyr at utøvelseskursen om en måned er 15 prosent svakere enn terminkursen på kontraktstidspunktet.[12] For å illustrere utviklingen har vi tatt utgangspunkt i opsjonsprisene på fire ulike tidspunkter: 1. juli, 2. september og 23. desember 1998, og 25. mai 1999. Som det fremgår av figuren, var sannsynlighetsfordelingen i begynnelsen av juli i 1998 relativt symmetrisk. Dette indikerer at markedsaktørene ikke forventet at valutakursen skulle endre seg betydelig i noen bestemt retning. Videre var fordelingen konsentrert rundt forventningsverdien, noe som tyder på at markedsaktørene oppfattet usikkerheten som liten. Arealet under kurven i intervallet -5% til 5% inneholder mesteparten av sannsynlighetsmassen, noe som tilsier at markedsaktørene oppfattet det som nesten sikkert at valutakursen ikke ville appresiere eller depresisere med mer enn 5 prosent i forhold til terminvalutakursen. I første kolonne i tabell 1 presenterer vi

Tabell 1. *Beregnede momenter for NOK/DEM (NOK/EUR etter 1. januar 1999)*

	1. juli 1998	2. sept. 1998	23. des. 1998	25. mai 1999
Standardavvik	0,051	0,150	0,135	0,056
Skjevhet	0,052	0,412	0,706	0,264
Kurtose	0,563	0,183	1,013	0,969

Kilde: Citibank og Norges Bank

momentene[13] til fordelingen denne dagen. Som det fremgår var forventet pro anno standardavvik i valutakursen denne dagen i overkant av 5 prosent.

Fra begynnelsen av juli til september svekket norske kroner seg med 4,5 prosent mot tyske mark. I løpet av perioden økte Norges Bank de administrerte rentene med 3,5 prosentpoeng ved fire anledninger for å begrense kursutslagene. Svekkelsen av kronen var delvis fundert i innenlandske forhold, men også internasjonal finansuro var en viktig årsak. En har erfaringer for at internasjonale investorer flytter sin portefølje fra små valutaer til større og antatt sikrere valutaer i urolige perioder – såkalt «flight to quality». Det kan forklare at mange investorer reduserte sine plasseringer i det norske markedet høsten 1998. Som følge av dette økte antakelig usikkerheten med hensyn til valutakursutviklingen hos markedsaktørene betydelig. Standardavviket økte til 15 prosent, jf tabell 1. Samtidig ser det ut til at det var en tendens til at markedsaktørene vurderte en vesentlig svekkelse av kronen som mer sannsynlig enn en vesentlig styrking. Som vi ser av figuren, har sannsynlig-

[12] Formelt er den horisontale aksen definert ved $\ln\left(\frac{X}{F_T}\right)$, der F_T er terminvalutakursen at-the-money og X er utøvelsesprisen. Valutakursen er målt som norske kroner per enhet utenlandsk valuta, det vil si at en høyere verdi innebærer en svakere kronekurs.

[13] Momentene er nærmere definert i appendiks B. Se også rammen for en intuitiv forklaring av kurtose.

hetsfordelingen til forventet valutakurs 2. september 1998 positiv skjevhet.

Kronekursen fortsatte å svekke seg frem mot slutten av fjoråret. Usikkerheten om fremtidig valutakurs ble noe dempet, men skjevheten i fordelingen til forventet valutakurs økte fra nivået i september.

Frem til slutten av mai i år har implisitt volatilitet og skjevhet gått betydelig ned. Den beregnede sannsynlighetsfordelingen for kronekursen i slutten av mai er tilnærmet lik den tilsvarende fordelingen 1. juli i fjor. Markedsaktørenes oppfatning av usikkerheten i kronekursen er derfor om lag den samme som den var før valutauroen høsten 1998.

I prinsippet er det mulig å gå lenger enn å anslå markedsaktørenes oppfatning av usikkerheten i valutakursen. For eksempel kan en undersøke om denne uttrykker usikkerhet omkring sentralbankens reaksjonsmønster eller usikkerhet omkring utenforliggende faktorer av betydning for valutakursen. For å få bedre kunnskap om dette, må en se informasjonen i valutaopsjoner i sammenheng med annen informasjon, for eksempel i oljeopsjoner og opsjoner på andre finansobjekter.

Referanser

Aguilar, Javiera og Hördahl, Peter (1999). «Optionspriser och marknadens förväntningar», *Penning- och valutapolitikk*, Sveriges riksbank, 1/1999, side 43-70.

BIS (1998).«Central Bank Survey of Foreign Exchange and Derivatives Market Activity in April 1998», Preliminary Global Data, http://www.bis.org/press/index.htm

Bollerslev, T. (1986). «Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity», *Journal of Econometrics,* 31, side 307-327.

Brealey, Richard A. og Myers, Stewart C. (1996). *Principles of Corporate Finance*, McGraw-Hill. Breeden, D.T. og R.H. Litzenberger (1978). «Prices of State-contingent Claims Implicit in Option Prices», *Journal of Business*, 51, side 621-651.

Cooper, N. og J. Talbot (1999). «The yen/dollar exchange rate in 1998: Views from options markets», *Bank of England Quarterly Bulletin*, February 1999, side 71–73.

Engle, R.F. (1984). «Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation», *Econometrica*, 50, side 987-1007.

Froyn, E. og G. Mundaca (1999). «Selvoppfyllende forventninger i det norske valutamarkedet: August 1998», *Arbeidsnotat*, under utgivelse, Norges Bank.

Jacobsen, T.S. (1999) «Omsetningen i valutamarkedet - en undersøkelse våren 1998», *Penger og Kreditt* 1999/1, Norges Bank.

Malz, A. M. (1996). «Using options prices to estimate realignment probabilities in the European Monetary System: The case of sterling-mark», *Journal of International Money and Finance*, 15, side 717-748.

Malz, A. M. (1997). «Option-implied probability distributions and currency excess returns», *Staff Reports, Federal Reserve Bank of New York*, Number 32, November 1997.

Lewis, K.K. (1995). «Puzzles in international financial markets», i G.M. Grossman og K. Rogoff (red.), *The Handbook of International Economics, Vol 3*, Elsevier Science B.V., Amsterdam, side 1913-1971.

Rubinstein, M. (1994). «Implied Binomial Trees», *Journal of Finance*, 49, side 771–818.

Appendiks A: Black-Scholes-modellen

Black-Scholes-modellen anvendt på valutaopsjoner forutsetter at valutakursen, S_t, følger en geometrisk Brownsk bevegelse gitt ved

$$dS_t = (R - R^*)S_t dt + \sigma S_t dB \tag{A.1}$$

der dt er tidsforandringen, dB er tilveksten i en standard Brownsk bevegelse ("random walk i kontinuerlig tid"), R og R^* er henholdsvis innenlandsk og utenlandsk risikofri rente og σ er volatiliteten (standardavviket til logaritmen til S_t). Ut fra en forutsetning om fravær av arbitrasje i finansmarkedene kan det vises at verdien av en Europeisk kjøpsopsjon, gitt at valutakursen følger prosessen i $(A.1)$, kan skrives som

$$v(S_t, \tau, X, \sigma, R, R^*) = S_t e^{-R^*\tau}\Phi(d_1) - Xe^{-R\tau}\Phi(d_2) \tag{A.2}$$

hvor τ er opsjonens løpetid, X er utøvelseskursen, $\Phi(.)$ er den kumulative normalfordelingsfunksjonen og d_1 og d_2 er gitt ved

$$d_1 \equiv \frac{\ln(\frac{S_t}{X}) + (R - R^* + \frac{\sigma^2}{2})\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}, \quad d_2 \equiv \frac{\ln(\frac{S_t}{X}) + (R - R^* - \frac{\sigma^2}{2})\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

Det er en entydig sammenheng mellom volatiliteten, σ, og verdien av en opsjon, v, etter Black-Scholes-formelen for gitte verdier av de andre parametrene i formelen. Markedsprisen på en opsjon kan derfor bli uttrykt enten i volatilitetsenheter eller i valutaenheter. Prisen uttrykt i volatilitetsenheter kalles *implisitt volatilitet*.

I hvilken grad valutaopsjonen enten er *in-the-money* eller *out-of-the-money* måles ved hjelp av opsjonens delta-verdi, som gir uttrykk for hvordan opsjonens verdi endres når valutakursen endrer seg. Delta-funksjonen er gitt ved følgende uttrykk:

$$\delta_c(S_t, \tau, X, \sigma, R, R^*) \equiv \frac{\partial v(S_t, \tau, X, \sigma, R, R^*)}{\partial S_t} = e^{-R_t^*\tau}\Phi(d_1) \tag{A.3}$$

Delta-verdien til en salgsopsjon kan uttrykkes ved hjelp av delta-verdien til en kjøpsopsjon med samme løpetid og utøvelsespris:

$$\delta_p(S_t, \tau, X, \sigma, R, R^*) = 1 - \delta_c(S_t, \tau, X, \sigma, R, R^*)$$

I OTC-markedet noteres ikke valutaopsjoner for en serie ulike utøvelseskurser X, men i stedet kan utøvelseskursen avledes implisitt fra noteringene for visse delta-verdier. For eksempel kan utøvelseskursen for en 25-delta kjøpsopsjon finnes ved å definere $X^{25\delta}$ som løsningen av $\{X : \delta_c(S_t, \tau, X, \sigma_t, R_t, R_t^*) = 0.25\}$. Det kan vises at en 25-delta kjøpsopsjon og en 25-delta salgsopsjon har utøvelseskurser med samme relative distanse til dagens terminkurs $F_{t,T}$, slik at vi kan skrive $X^{75\delta}/F_{t,T} = F_{t,T}/X^{25\delta}$. Delta-verdien for en *at-the-money* kjøpsopsjon er omlag 50% (eller $\delta_c(S_t, \tau, X, \sigma, R, R^*) = 0.5$).

Appendiks B: Estimering av den risikonøytrale sannsynlighetsfordelingen

Prisen på valutaopsjoner kan blant annet inneholde informasjon som kan utnyttes til å bestemme den risikonøytrale sannsynlighetsfordelingen for den fremtidige valutakursen. I det følgende gir vi en teknisk beskrivelse av fremgangsmåten som er utviklet av Malz (1997) for å estimere sannsynlighetsfordelingen for valutakursen på et fremtidig tidspunkt T, S_T, med utgangspunkt i prisen på valutaopsjoner på tidspunkt t. Opsjonenes løpetid til forfall, τ, er gitt ved $\tau = T{-}t$. Metoden tar utgangspunkt i at det eksisterer et velutviklet OTC-marked (*over-the-counter*) for standardiserte valutaopsjoner som enten er *at-the-money*, vurdert til kursen $F_{t,T}$ på en terminkontrakt med tilsvarende løpetid, eller kan dannes som en kombinasjon av to *out-of-the-money* opsjoner i form av en *risk reversal* eller en *strangle*. Vi skal se at observasjoner av de tilhørende opsjonsprisene (atm_t, rr_t, str_t) på tidspunkt t kan benyttes til å estimere den risikonøytrale sannsynlighetstettheten for fremtidige valutakurser $\pi(S_T)$.

Prisene på de tre opsjonene kan uttrykkes på følgende måte (Malz, 1997) ved hjelp den implisitte volatiliteten $\sigma_t^{(\delta)}$, der δ måler i hvilken grad opsjonen er *in-the-money*:

$$atm_t = \sigma_t^{(0,5)} \tag{B.4}$$

$$rr_t = \sigma_t^{(0,25)} - \sigma_t^{(0,75)} \tag{B.5}$$

$$str_t = \frac{\sigma_t^{(0,25)} + \sigma_t^{(0,75)}}{2} - atm_t \tag{B.6}$$

For en *at-the-money* opsjon er det tilnærmet slik at $\delta = 0,5$. Hvis volatiliteten σ_t er uavhengig av opsjonens delta-verdi (Black-Scholes) ser vi at $rr_t = 0$ og $str_t = 0$. Fra likningene over følger det videre at

$$\sigma_t^{(0,25)} = atm_t + str_t + 0,5rr_t \tag{B.7}$$

$$\sigma_t^{(0,75)} = atm_t + str_t - 0,5rr_t \tag{B.8}$$

Fra delta-funksjonen $\delta_c(S_t, \tau, X, \sigma_X(t, X, T), R, R^*) = \delta$ følger det at vi kan beregne den implisitte volatiliteten som funksjon av opsjonens delta-verdi, det vil si som $\sigma_t^{(\delta)} = \sigma_X(t, X_t^{(\delta)}, T)$ som følger av den implisitte sammenhengen

$$\delta = \delta_c(S_t, \tau, X_t^{(\delta)}, \sigma_t^{(\delta)}, R, R^*)$$

Vi kan deretter benytte uttrykket for den implisitte volatiliteten som funksjon av opsjonens delta-verdi, $\sigma_t^{(\delta)}$ til å finne verdien av opsjonen på vanlig måte gjennom $c(t, X_t^{(\delta)}, T) = v(S_t, \tau, X_t^{(\delta)}, \sigma_t^{(\delta)}, R, R^*)$.

En sentral forutsetning i Malz (1997) er at volatiliteten $\sigma_t^{(\delta)}$ kan uttrykkes ved hjelp av en annen-ordens Taylor-approksimasjon rundt volatiliteten til en opsjon som er *at-the-money* ved forfall ($\delta = 0,5$):

$$\sigma_t^{(\delta)}(\delta) = \beta_0 atm_t + \beta_1 rr_t(\delta - 0,5) + \beta_2 str_t(\delta - 0,5)^2 \tag{B.9}$$

Det følger av (B.4)-(B.6) og (B.9) at parametervektoren $(\beta_0, \beta_1, \beta_2)$ er gitt ved verdiene $(1, -2, 16)$. Sammenhengen mellom volatiliteten og opsjonens delta-verdi i (B.9) omtales gjerne i litteraturen som "volatilitetssmilet", jf. eksempelet i figur B.1(a).

For valutaopsjoner kan vi forenkle uttrykket for delta-funksjonen (A.3) i appendiks A. Vi definerer graden av opsjonens *in-the-moneyness* ved hjelp av den relative utøvelseskursen, Q, målt i forhold til terminkursen, altså som $Q = X/F_{t,T}$, der $F_{t,T} = S_t e^{(R-R^*)\tau}$. For å finne den tilhørende delta-funksjonen utnytter vi at

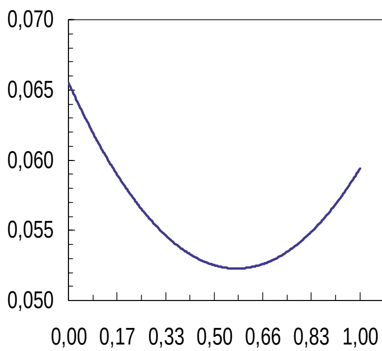
$$\delta_c(S_t, \tau, X, \sigma, R, R^*) = \frac{\partial v(S_t, \tau, X, \sigma, R, R^*)}{\partial S_t} = e^{(R-R^*)\tau} \frac{\partial v(F_{t,T}, \tau, X, \sigma, R, R^*)}{\partial F_{t,T}} = \delta_v(Q, \tau, \sigma, R^*)$$

Videre utnytter vi at volatiliteten kan uttrykkes ved hjelp av den relative utøvelseskursen Q, og vi substituerer inn $\sigma_Q(Q)$ for σ i delta-funksjonen:

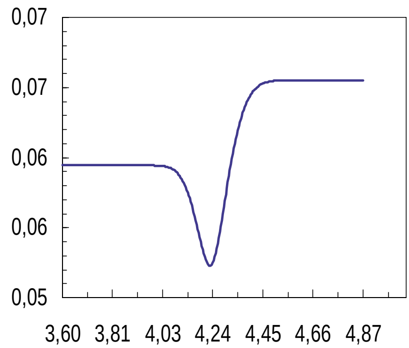
$$\delta_v(Q, \tau, \sigma_Q(Q), R^*) = e^{-R^*\tau} \Phi \left(- \frac{\ln(Q) - \frac{\sigma_Q(Q,t)^2}{2}\tau}{\sigma_Q(Q,t)\sqrt{\tau}} \right) \tag{B.10}$$

Figur B.1: *"Volatilitetssmilet" og den risikonøytrale sannsynlighetsfordelingen*

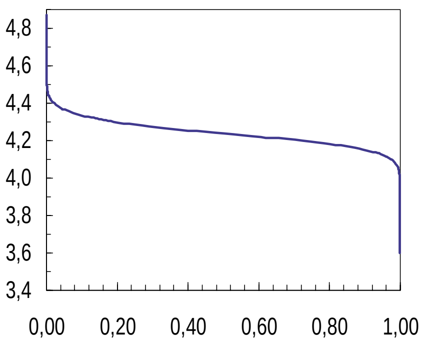
(a). *Implisitt volatilitet som funksjon av opsjonens delta-verdi 25. mai 1999*



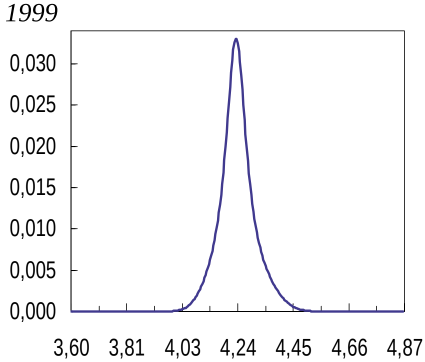
(b). *Implisitt volatilitet som funksjon av utøvelseskursen til en NOK/DEM valutaopsjon 25. mai 1999*



(c). *Beregnet sammenheng mellom opsjonens utøvelsespris og delta-verdi 25. mai 1999*



(d). *Den risikonøytrale sannsynlighetsfordelingen for NOK/DEM-kursen, som funksjon av beregnede utøvelseskurser 25. mai 1999*



Kilde: Citibank og Norges Bank

Til slutt setter vi uttrykket for $\delta_v(Q,\tau,\sigma_Q(Q,t),R^*)$ inn i volatilitetsfunksjonen (B.9) og vi ser at vi kan bestemme den implisitte volatiliteten $\sigma_Q(Q,t)$ som funksjon av graden av opsjonens *in-the-moneyness*, Q, ut fra denne likningen når vi kjenner opsjonsprisene (atm_t, rr_t, str_t).

$$\begin{aligned}
\sigma_Q(Q,t) &= atm_t - 2rr_t\left[e^{-R^*\tau}\Phi\left(-\frac{\ln(Q)-\frac{\sigma_Q(Q,t)^2}{2}\tau}{\sigma_Q(Q,t)\sqrt{\tau}}\right)-0,5\right] \\
&\quad +16str_t\left[e^{-R^*\tau}\Phi\left(-\frac{\ln(Q)-\frac{\sigma_Q(Q,t)^2}{2}\tau}{\sigma_Q(Q,t)\sqrt{\tau}}\right)-0,5\right]^2
\end{aligned} \tag{B.11}$$

I praksis tar vi utgangspunkt i en passende sekvens av relative utøvelseskurser Q for opsjoner med ulik grad av *in-the-moneyness* (for eksempel $Q \in [0,85, 1,15]$), og beregner den implisitte volatiliteten $\hat{\sigma}_Q(Q,t)$ fra (B.11) ved hjelp av numeriske metoder (i vårt eksempel benytter vi optimeringsrutinen OPTMUM i Gauss[1]). Se figur B.1(b) der volatiliteten $\hat{\sigma}_Q(Q,t)$ er plottet som funksjon av utøvelseskursen X (i stedet for Q), sentrert rundt *at-the-money* opsjonen med utøvelseskurs lik terminkursen $F_{t,T}$.

De beregnede verdiene av den implisitte volatiliteten, $\hat{\sigma}_Q(Q,t)$, settes deretter inn i uttrykket for opsjonsverdien $v(Q,\tau,\hat{\sigma}_Q(Q,t))$, se (B.12) under.

$$\begin{aligned}
\hat{v}(Q,t) &= v(Q,\tau,\hat{\sigma}_Q(Q,t)) \\
&= \frac{e^{R\tau}}{F_{t,T}}v(S_t,\tau,X,\hat{\sigma}_X(X,t,T),R,R^*) \\
&= \Phi\left(-\frac{\ln(Q)-\frac{\hat{\sigma}_Q(Q,t)^2}{2}\tau}{\hat{\sigma}_Q(Q,t)\sqrt{\tau}}\right) - Q\Phi\left(-\frac{\ln(Q)+\frac{\hat{\sigma}_Q(Q,t)^2}{2}\tau}{\hat{\sigma}_Q(Q,t)\sqrt{\tau}}\right)
\end{aligned} \tag{B.12}$$

Til slutt beregnes den kumulative fordelingsfunksjonen og den tilhørende tetthetsfunksjonen til den risikofri sannsynlighetsfordelingen for fremtidige valutakurser, $\hat{\Pi}(Q,t)$ og $\hat{\pi}(Q,t)$[2], fra (B.13) og (B.14), se figur B.1(d)

$$\hat{\Pi}(Q,t) = 1+\frac{\partial \hat{v}(Q,t)}{\partial Q} = 1+\frac{\partial v(Q,\tau,\sigma)}{\partial \sigma}\frac{\partial \hat{\sigma}_Q(Q,t)}{\partial Q}+\frac{\partial v(Q,\tau,\sigma)}{\partial Q} \tag{B.13}$$

$$\hat{\pi}(Q,t) = \frac{\partial^2 \hat{v}(Q,t)}{\partial Q^2} \tag{B.14}$$

[1] Gauss er utviklet i USA og markedsføres av selskapet Aptech Systems Inc. i Seattle WA.

[2] Den risikonøytrale forventningen er gitt ved terminkursen $F_{t,T}$. Generelt kan vi skrive det r-te ordens sentralmomentet til sannsynlighetsfordelingen rundt $F_{t,T}$ som

$$\mu_t^{(r)} = \int_{-\infty}^{\infty}(X-F_{t,T})^r\pi(X)dX$$

Dette gir oss følgende uttrykk for momentene til den risikofri sannsynlighetsfordelingen (Malz, 1997). Standardavviket i fordelingen er gitt ved $\sigma_t = \sqrt{\mu_t^{(2)}}$, regnet pro anno finner vi standardavviket $\sigma_t^{\mathrm{pa}} = \sqrt{\frac{\mu_t^{(2)}}{\tau}}$. Skjevheten er $sk = \frac{\mu_t^{(3)}}{[\mu_t^{(2)}]^{\frac{3}{2}}}$ og kurtosen (ut over det som gjelder i en normalfordeling) er gitt ved $ek = \frac{\mu_t^{(4)}}{[\mu_t^{(2)}]^2} - 3$.