

Staff memo

Opsjonsbaserte sannsynlighetsfordelinger for valutakurser

23.03.2026

Vetle Øye Opheim

Jonas Tendal

Markeder

Stikkord

Finansmarkeder, valuta,
kronekurs, opsjoner

Staff Memos present reports and documentation written by staff members and affiliates of Norges Bank, the central bank of Norway. Views and conclusions expressed in Staff Memos should not be taken to represent the views of Norges Bank.

© 2026 Norges Bank

The text may be quoted or referred to, provided that due acknowledgement is given to source.

Staff Memo inneholder utredninger og dokumentasjon skrevet av Norges Banks ansatte og andre forfattere tilknyttet Norges Bank. Synspunkter og konklusjoner i arbeidene er ikke nødvendigvis representative for Norges Banks.

© 2026 Norges Bank

Det kan siteres fra eller henvises til dette arbeid, gitt at forfatter og Norges Bank oppgis som kilde.

ISSN 1504-2596 (online)

ISBN 978-82-8379-391-8 (online)

Innhold

1.	Innledning	3
2.	Nærmere om opsjoner	4
3.	Modellspesifikasjon	7
3.1	Data	9
4.	Resultater for valutaopsjoner	10
4.1	Opsjoner på norske kroner	11
4.2	Opsjoner på kursen mellom euro og dollar	14
4.3	Opsjoner på sveitsiske franc i 2015	14
4.4	Forventninger eller risikopremier?	16
5.	Oppsummering	17
	Kilder	19
	Vedlegg 1: Estimering	20
	Vedlegg 2: Sannsynlighetsfordelinger med andre metoder	21
	Vedlegg 3: Robusthetstester	23

Opsjonspriser kan inneholde informasjon om markedsaktørers prising av forventning og risiko til prisen for en eiendel. I dette *memoet* bruker vi en metode som Atlanta Federal Reserve Bank bruker i deres «Market Probability Tracker» for å estimere opsjonsbaserte sannsynlighetsfordelinger for prisen på et underliggende instrument. Vi tilpasser metoden slik at den kan brukes på valutaopsjoner for å vise hvordan markedet priser forventninger og risiko i valutakurser.

1. Innledning¹²

Opsjoner er derivatkontrakter på eiendeler som gir kjøperen en rett, men ikke plikt, til å kjøpe eller selge en underliggende eiendel til en fastsatt pris en gang i framtiden. Opsjoner brukes av både finansielle og ikke-finansielle aktører for å sikre seg mot ulike typer risiko, eller for å tjene penger på et markedssyn for prisen på eiendelen. For eksempel kan en investor som forventer at kronekursen skal styrkes mot amerikanske dollar i framtiden, kjøpe en kjøpsopsjon på norske kroner mot amerikanske dollar. Et annet eksempel kan være et flyselskap som kjøper opsjoner på olje for å sikre drivstoffkostnader mot endringer i oljeprisen.

Verdien av en opsjon påvirkes av prisen på den underliggende eiendelen. En opsjon på å kjøpe norske kroner vil bli mer verdt hvis kronekursen styrkes. Samtidig vil det være usikkerhet knyttet til framtidig utvikling i kronekursen. Så lenge det gjenstår tid til opsjonen forfaller, vil det være en viss sannsynlighet for at den er verdiløs på forfallstidspunktet. Motsatt vil det også være en viss sannsynlighet for at opsjonen har positiv verdi på forfallstidspunktet, selv om den ved innløsning i dag ikke har noen verdi.

Verdien av en opsjon i dag er derfor knyttet til sannsynligheten for at opsjonen kan ha en positiv verdi i framtiden. I tillegg gir opsjoner kun en rett, men ikke plikt, til å kjøpe eller selge et underliggende instrument. Det betyr at alle opsjoner i prinsippet har en positiv verdi. Hvis en opsjon har en ugunstig innløsningskurs på forfallstidspunktet, kan eieren velge å ikke utøve opsjonen. Opsjonspriser på mange ulike innløsningskurser vil derfor inneholde informasjon som kan brukes til å lage en sannsynlighetsfordeling for markedets forventning for den underliggende prisen.

¹ Staff memoet er godkjent av direktør for Markeder, Gaute Langeland.

² Takk til Johannes Atle Skjeltorp, Per Gunnar Bull Karlsen, Karsten Gerdrup, Alexander Flatner, Q. Farooq Akram, Erik Steinsbu Wasberg, Sigurd Ugland og Sigvald Hansen for kommentarer og tilbakemeldinger.

I dette memoet anvender vi metoden som er brukt i Atlanta Federal Reserve Banks «Market Probability Tracker»³. «Market Probability Tracker» er i utgangspunktet brukt for å vise hvordan opsjonsmarkedet priser forventninger til framtidig styringsrente i USA. Vi tilpasser metoden slik at den kan anvendes for valutaopsjoner. Hensikten er å kunne vise hvilken informasjon om forventning og usikkerhet som prises inn i valutakurser gjennom opsjonsmarkedet.

Del 2 av memoet gir en nærmere beskrivelse av opsjoner, og hvordan informasjon i opsjonspriser kan brukes til å si noe om markedsforventninger. Del 3 viser spesifikasjonen og estimeringen av modellen. Del 4 viser noen resultater fra metoden når den brukes på valutaopsjoner.

2. Nærmere om opsjoner

Det finnes mange ulike typer opsjoner, men de to vanligste kategoriene er europeiske og amerikanske opsjoner. Europeiske opsjoner er opsjoner som kun kan utøves på forfallstidspunktet, mens amerikanske opsjoner kan utøves på ett hvert tidspunkt mellom anskaffelsestidspunktet og forfallstidspunktet. Både europeiske og amerikanske opsjoner har en fastsatt innløsningskurs. Fordi europeiske opsjoner kun kan innløses på forfallsdatoen, er dette den enkleste formen for opsjoner å verdsette.

Notasjon og variabeldefinisjoner

F_t : terminpris på underliggende

S_t : spotpris på underliggende

K : innløsningskurs (strike)

T : tid til forfall i år

r_d : risikofri rente i hjemmevaluta

r_f : risikofri rente i utenlandsk valuta

C, P : pris på henholdsvis kjøps- og salgsoption

En opsjon som gir en kjøpsrett kalles kjøpsopsjoner (eller call opsjoner), og opsjoner som gir en salgsrett kalles salgsoptions (eller put opsjoner). Opsjoner klassifiseres også etter forholdet mellom dagens pris på det underliggende instrumentet og innløsningskursen. En kjøpsopsjon er «in the money» (ITM) når $F_t > K$ og en salgsoption er ITM når $F_t < K$. En kjøpsopsjon er «out of the money» (OTM) når $F_t < K$, og en salgsoption er OTM når $F_t > K$. Hvis $F_t = K$ sier en at opsjonen er «at the money» (ATM).

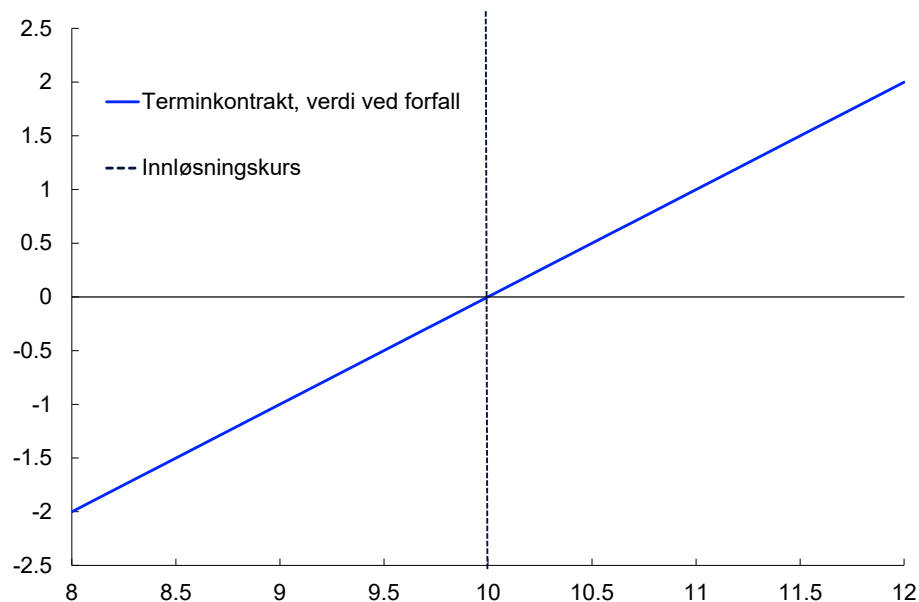
Opsjoner har visse likheter med terminkontrakter. Både terminkontrakter og opsjoner er avtaler om kjøp eller salg av en eiendel i framtiden. Hovedforskjellen mellom opsjoner og terminkontrakter er at en terminkontrakt innebærer en forpliktelse om å gjennomføre transaksjonen. En opsjonseier kan derimot alltid velge å ikke utøve opsjonen når opsjonsutøvelse ville gitt tap. Det betyr at en opsjon alltid vil ha en positiv verdi før forfallstidspunktet. En terminkontrakt vil i motsetning typisk ha en finansiell verdi lik null på inngåelsestidspunktet, men kan ha både positiv og negativ verdi senere. Ved

³ Se <https://www.atlantafed.org/cenfig/market-probability-tracker>

forfall kan en terminkontrakt gi kjøperen både en finansiell gevinst eller et tap avhengig av differansen mellom avtalt pris og markedspris. En opsjonseier vil i motsetning kun risikere å tape opsjonspremien, samt renteinntekter som kjøperen kunne fått ved å plassere opsjonspremien til risikofri rente, som ble betalt på kjøpstidspunktet.

Figur 1: Verdi av en terminkontrakt

Som funksjon av prisen på det underliggende instrumentet



Etter at terminkontrakten er inngått, vil verdien av terminkontrakten variere lineært med prisen på den underliggende eiendelen. Dette forholdet er vist i figur 1. En konsekvens av dette er at vi kun kan observere *én* terminpris på et gitt tidspunkt. Skulle man valgt å inngå en terminkontrakt på en annen pris enn dagens terminpris, vil verdien av denne kontrakten ha en positiv eller negativ verdi som enkelt kan beregnes mot markedets terminpris.

Verdien av en opsjon vil også endres når prisen på den underliggende eiendelen endres, men sammenhengen mellom prisen på det underliggende instrumentet og opsjonsverdien er mer komplisert. Verdien av en opsjon kan deles inn i to komponenter: iboende verdi og tidsverdi. Iboende verdi er gevinsten som oppnås hvis opsjonen utøves i dag hvis opsjonen er ITM. For en kjøps- og salgsoptjon kan iboende verdi uttrykkes ved hjelp av de to følgende funksjonene:

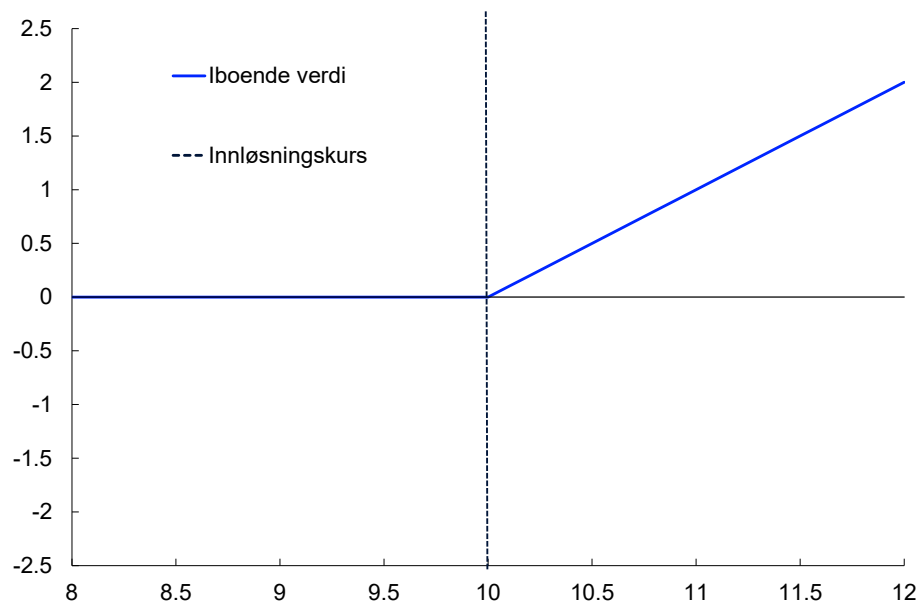
$$C_I = \max(0, F_t - K)$$

$$P_I = \max(0, K - F_t)$$

Hvor C_I og P_I er iboende verdi på henholdsvis en kjøps- og salgsoptjon. For en kjøpsopstjon kan vi illustrere opstjoneis iboende verdi som i figur 2. Iboende verdi av kjøpsopstjoneis er lik null så lenge markedsprisen på det underliggende instrumentet er lavere enn innløsningsprisen. Når markedsprisen overstiger innløsningsprisen, vil iboende verdi øke lineært med prisen på den underliggende eiendelen.

Figur 2: Iboende verdi for en kjøpsopsjon («call»)

Som funksjon av prisen på det underliggende instrumentet

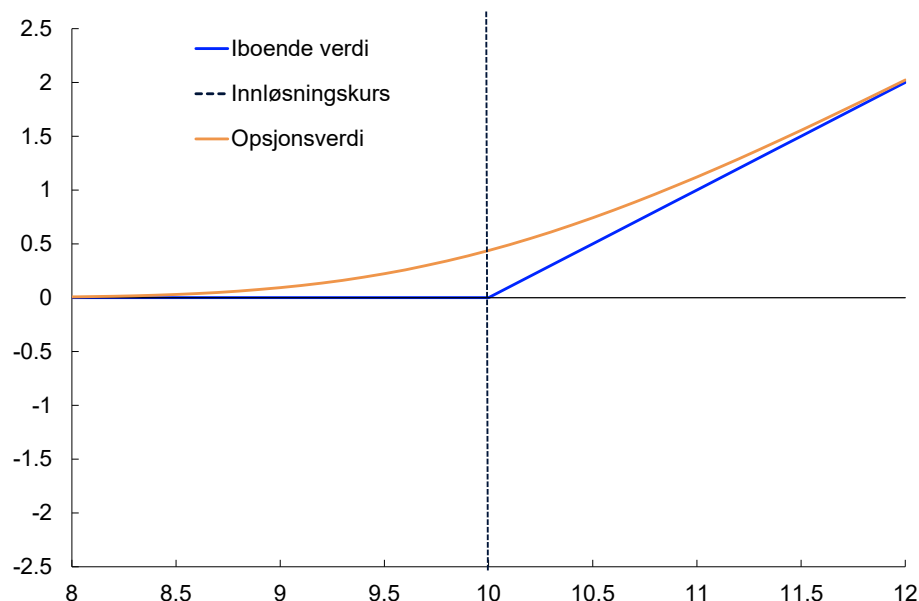


Tidsverdien er den verdien som følger av at prisen på den underliggende eiendelen kan endres i favør av opsjonskjøperen fram til den forfaller. En opsjon vil alltid ha en positiv tidsverdi før den forfaller, og på forfallstidspunktet vil tidsverdien være lik null. Tidsverdien vil også være positiv og økende med tid til forfall, selv om det er like sannsynlig at prisen på den underliggende eiendelen vil stige som at den vil falle. Dette skyldes asymmetrien i funksjonen som bestemmer opsjonens iboende verdi. Opsjonen kan aldri ha lavere iboende verdi enn null. Samtidig vil en kjøpsopsjon ikke ha noen øvre grense for hvor mye den kan være verdt, og en salgsopsjon er kun begrenset av innløsningskursen. Beveger den underliggende prisen seg i opsjonseierens disfavør, vil opsjonen i verste fall bli verdiløs.

Tidsverdien henger sammen med *usikkerheten* for at opsjonen har positiv verdi på forfallstidspunktet. La oss for eksempel si at vi kjøper en kjøpsopsjon på amerikanske dollar ved å selge norske kroner om 1 år. Si videre at dagens kurs er 9,5 kroner per dollar, mens innløsningskursen på opsjonen er 10 kroner. Opsjonen gir oss med andre ord en rett til å kjøpe dollar til en høyere kurs enn dagens kurs. Den er med andre ord OTM, og har ingen iboende verdi. Det er derimot en viss sannsynlighet for at kronekursen svekkes, og er høyere enn 10 om ett år, slik at opsjonen har en tidsverdi. Dess lengre tid til forfall, dess større blir tidsverdien.

Figur 3: Verdi av en kjøpsopsjon («call»)

Som funksjon av prisen på det underliggende instrumentet



Den vil isolert sett ikke si noe spesifikt om sannsynligheten for at andre priser nås. Hvis vi tar utgangspunkt i opsjoner på for eksempel et valutakryss med ulike innløsningspriser, men samme forfallstidspunkt, vil hver og en av opsjonene ha en ulik sannsynlighet for at de er ITM på forfallstidspunktet⁴. En høyere sannsynlighet må bety at opsjonen har høyere verdi, noe som vil reflekteres i opsjonens markedsverdi. Det er dette vi kan utnytte for å konstruere en implisitt *sannsynlighetsfordeling* for prisen på den underliggende eiendelen fra opsjonspriser.

3. Modellspesifikasjon

For å utlede en sannsynlighetsfordeling fra opsjonspriser tar vi utgangspunkt i en helt generell definisjon av verdien på en europeisk opsjon. Den teoretiske verdien av en kjøpsopsjon er nåverdien av den risikonøytrale forventningsverdien til opsjonen ved forfall. En risikonøytral verdi kan inneholde risikopremier eller likviditetspremier, og den faktiske forventningen som prises i markedet kan avvike fra den vi beregner her⁵.

Den risikonøytrale forventningsverdien er definert ved:

⁴ Dette vil også gjelde selv om opsjonen er ITM. En opsjon som er ITM i dag vil også ha en viss sannsynlighet for at den ikke er det lenger ved forfallstidspunktet. Alternativt kan vi se på sannsynligheten for at en kjøps-/salgsopsjon som er OTM blir ITM istedenfor en salgs-/kjøpsopsjon med samme strike-pris. En OTM kjøpsopsjon med en gitt strike-pris vil i utgangspunktet gi oss samme informasjon som en ITM salgsopsjon med samme strike-pris. Dette følger av det som kalles Put-Call paritet for en kjøps- og salgsopsjon med samme strike: $C = P + x - e^{-rT}K$. Hvis Put-Call paritet ikke holder vil det være mulig å lage en selvfinansierende arbitrasjestrategi med positiv gevinst.

⁵ Risikonøytrale forventninger og sannsynligheter kan enklere forstås med følgende eksempel. La oss si at du eier et hus som er verdt 10 millioner kroner, og at du er villig til å betale 50 000 kroner hvert år for å forsikre huset mot brann. Da vil den risikonøytrale sannsynligheten for at huset ditt brenner i løpet av et år være $\frac{50\,000}{10\,000\,000} = 0,5\%$. Denne sannsynligheten kan imidlertid avvike betydelig fra den faktiske sannsynligheten for at det oppstår en husbrann (som er betydelig lavere), fordi de fleste huseiere er risikoavverse, og er villig til å betale mer enn den faktiske sannsynligheten ganget med verdien av huset. Denne betalingsvilligheten over faktisk beregnet forventningsverdi er en risikopremie. Fordi opsjonspriser i markedet kan påvirkes av investorers risikopreferanser, vil det på samme måte kunne være en risikopremie i opsjonspriser.

$$C_i = D\mathbb{E}^Q[\max(0, S - K_i)]$$

Hvor D er en diskonteringsfaktor og S er spotprisen ved forfall. Hvis vi antar at det underliggende instrumentet har en kontinuerlig sannsynlighetsfordeling, får vi følgende uttrykk for verdien av en kjøpsopsjon:

$$C_i = D \int_K^\infty (S - K_i) f^Q(S) dS$$

Hvor $f^Q(S)$ er den risikonøytrale fordelingen til det underliggende instrumentet, og $(S - K_i)$ er gevinsten fra en kjøpsopsjon ved forfall⁶. Når vi skal utlede en sannsynlighetsfordeling fra opsjoner, er det fordelingen $f^Q(S)$ vi ønsker å finne.

For å finne fordelingen starter vi med å anta at den har en generell form med noen parametere som må estimeres. Som i Fisher (2016) tar vi utgangspunkt i at $f^Q(S)$ er en Beta-Normal blandingsfordeling. Blandingsfordelingen er en vektet sum av basisfordelinger, hvor vektene vil bestemme den endelige formen på fordelingen. Denne typen fordeling tillater en svært fleksibel form på $f^Q(S)$, og vil kunne ta hensyn til høyere momenter som kurtose og skjevhet. I tillegg vil fordelingen kunne være multimodal, som vil si at den har flere enn ett toppunkt.

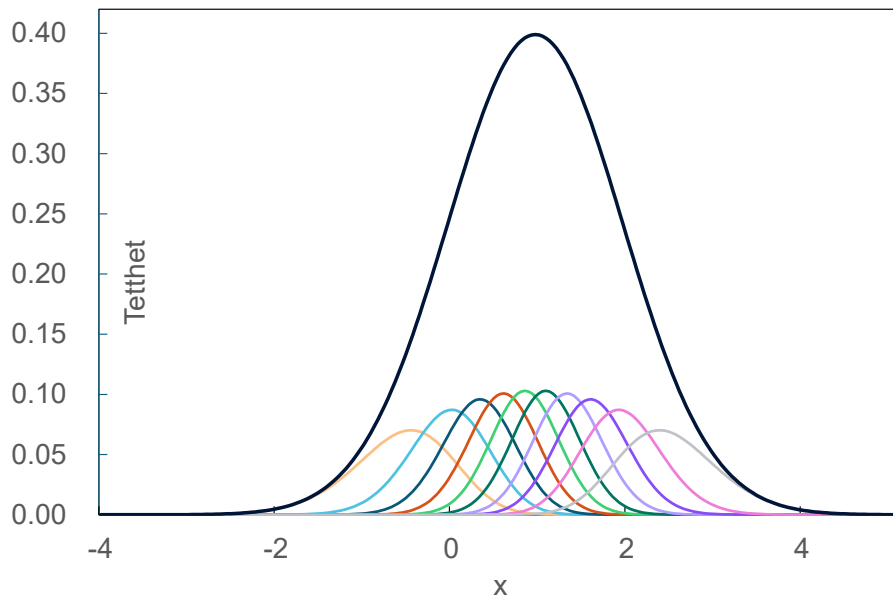
Vektene i blandingsfordelingen estimeres ved hjelp av opsjonspriser vi observerer i markedet. For å gjøre det beregner vi den teoretiske verdien av hver opsjon for hver enkelt av basisfordelingene. Med andre ord, beregner vi forventningsverdien for opsjonene for alle basisfordelingene som om hver enkelt basisfordeling var hele sannsynlighetsfordelingen til det underliggende instrumentet. Hvis vi for eksempel har et datasett med 20 opsjoner, vil vi få 20 beregnede opsjonsverdier for hver basisfordeling.

For hver basisfordeling må de 20 beregnede verdiene sammenlignes med de faktiske prisene vi får fra markedet. Hvis de beregnede verdiene til en fordeling samsvarer bra med markedsprisene, vil den fordelingen få en høyere vekt. Fordelinger som har store avvik mellom beregnede verdier og markedspriser vil få en lav vekt. I praksis fastsetter vi vektene ved hjelp av en bayesiansk regresjon, som er nærmere beskrevet i vedlegg 1.

Figur 4 viser et eksempel på hvordan en Beta-Normal blandingsfordeling vil se ut hvis alle de underliggende basisfordelingene har lik vekt. I fordelingen er parameterne satt til $k=10$, $\sigma = 1$ og $\mu = 0,5$. Hver enkelt basisfordeling er skalert med en vekt lik $\frac{1}{k}$ i dette eksempelet. Når alle vektene er like, blir blandingsfordelingen en normalfordeling med standardavvik σ forventningsverdi μ . Når fordelingen anvendes for opsjoner, vil σ fastsettes som gjennomsnittlig implisitt volatilitet for opsjonene som er brukt i estimeringen.

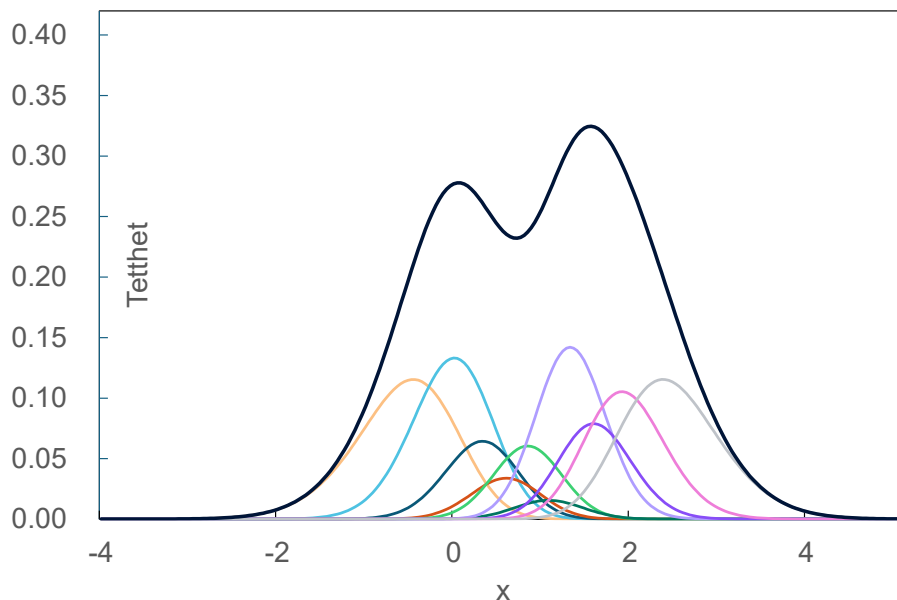
⁶ Gevinstfunksjonen til en kjøpsopsjon er gitt ved $\max(0, S - K_i)$, men fordi vi kun integrerer over verdier for S som er høyere enn K_i , kan vi skrive gevinstfunksjonen som $(S - K_i)$. Funksjonen tar ikke hensyn til at kjøperen må betale en opsjonspremie, slik at den samlede gevinsten eller tapet til kjøperen ved forfall blir lavere enn dette.

Figur 4: Eksempel på en Beta-Normal fordeling med like vektor



I de aller fleste tilfeller vil imidlertid vektene være ulike, og da vil den samlede fordelingen kunne avvike fra en normalfordeling. Figur 5 viser hvordan fordelingen ser ut med tilfeldig valgte vektor. Denne figuren illustrerer hvordan blandingsfordelingen kan få flere distinkte toppunkter, eller modalverdier. Fordelingen kan også få fete haler og skjevhet, avhengig av om fordelingene som ligger lang unna μ får høye vektor.

Figur 5: Eksempel på en Beta-Normal fordeling med tilfeldig valgte vektor



3.1 Data

Dataene som brukes i estimeringen er tidsserier med implisitt volatilitet for valutaopsjoner mellom 2007 og 2025 som lages av London Stock Exchange Group (LSEG). De implisitte volatilitetene er kvotert for ulike deltavverdier

istedenfor innløsningspriser⁷. Dette må derfor regnes om til opsjonspriser og innløsningspriser. Deltaverdien til en opsjon sier hvor mye prisen på opsjonen endres når prisen på den underliggende eiendelen endres. Hvis en kjøpsopsjon har en deltaverdi på 50%, og prisen på det underliggende instrumentet øker med 1 krone, vil opsjonsprisen øke med 0,5 kroner.

Vi tilpasser formelen fra Garman og Kohlhagen (1983) for å konvertere deltaverdier til innløsningskurs⁸. Det gir følgende formel for innløsningskursen K :

$$\ln(K) = \ln(F_t) + T \frac{\sigma^2}{2} - d_1 \sigma \sqrt{T}$$

$$d_1 = N^{-1}(\Delta_c)$$

$$F_t = S_t e^{(r_d - r_f)T}$$

F_t er terminkursen for valutaparet, som kan beregnes fra spotkursen S_t , r_d og r_f er henholdsvis en risikofri rente i basevalutaen og den kvoteringsvalutaen, Δ_c er deltaverdien til kjøpsopsjonen, og N^{-1} er den inverse funksjonen til en standard normalfordeling.

Når innløsningskursen er beregnet fra deltaverdiene, kan opsjonsprisen beregnes ved hjelp av Garman-Kohlhagen formelen ettersom vi har verdier for implisitt volatilitet. Datagrunnlaget har 18 tidsserier for ulike deltaverdier, fra 10 til 50 delta for både kjøps- og salgsopsjoner. Det gjør at vi for hver dato kan konstruere 18 syntetiske opsjoner som er enten OTM eller ATM.⁹ ITM opsjonspriser kan beregnes ved å benytte put-call paritet:

$$C - P = e^{-r_d T} (F_t - K)$$

Resultatet er at vi har 18 par med kjøps- og salgsopsjoner, hvor hvert opsjonspar har samme innløsningskurs.

4. Resultater for valutaopsjoner

Metoden ovenfor kan i prinsippet anvendes på opsjoner for mange ulike finansielle instrumenter. Vi anvender den på valutaopsjoner for å illustrere hvordan sannsynlighetsfordelinger kan estimeres fra markedspriser. Først presenteres resultater for norske kroner mot amerikanske dollar og euro, deretter for euro mot dollar og til slutt et eksempel med gulvet for kursen mellom euro og sveitsiske franc som opphørte i 2015.

Valutaopsjoner skiller seg fra andre opsjoner ved at alle valutaopsjoner er både en kjøpsopsjon og en salgsopsjon. For eksempel vil en kjøpsopsjon på å kjøpe amerikanske dollar mot norske kroner for en aktør være en salgsopsjon på å

⁷ Valutaopsjoner kvoteres ofte i delta istedenfor innløsningskurs. Deltakvoterer gjør det enklere å sammenligne implisitt volatilitet på ulike datoer og mellom ulike valutakursryss. Delta sier hvor raskt prisen på en opsjon endres når prisen på det underliggende instrumentet endres. Formelt er det definert som den deriverte av opsjonsprisen med hensyn på prisen på det underliggende. Delta vil ha en verdi mellom 0 og 100, hvor en lav eller høy deltaverdi tilsier at prisen på det underliggende instrumentet er langt fra opsjonens innløsningskurs. En høy deltaverdi tilsier at opsjonen er langt ITM. En opsjon som er ATM har en delta nær 50. Opsjonssmilet er et plot av implisitte volatiliteter mot ulike verdier av delta. Det er vanlig at opsjoner som er ATM har lavere implisitt volatilitet enn opsjoner som er OTM, og da ligner plotet på et smil.

⁸ Garman Kohlhagen formelen er en modifisert versjon av Black-Scholes formelen som er tilpasset valutaopsjoner.

⁹ Opsjoner som er ATM vil ha en deltaverdi nær 50.

selge norske kroner mot amerikanske dollar. I omtale av valutakurskryss, vil de tre første bokstavene av valutakursen være basevalutaen, mens de tre siste bokstavene er kvoteringsvalutaen. For eksempel vil USDNOK være antall kroner det koster å kjøpe én amerikansk dollar, mens EURUSD er antall dollar det koster å kjøpe én euro.

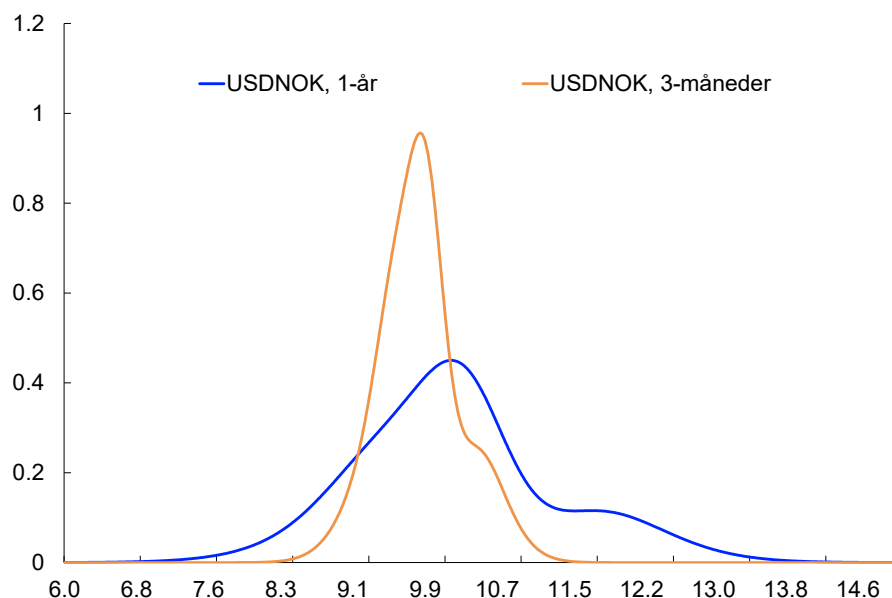
Her viser vi opsjoner med tre eller 12 måneder til forfall, det vil si implisitte forventninger tre eller 12 måneder fram i tid. For eksempel vil en tremåneders fordeling beregnet 3. januar 2025 beskrive forventninger for valutakursen 3. april 2025.

4.1 Opsjoner på norske kroner

For å beregne opsjonsbasert forventninger for norske kroner tar vi utgangspunkt i USDNOK og EURNOK kryssene. Fordelinger for de to valutakryssene på tremåneders- og ettårssikt per 13. oktober 2025 er vist i figur 6 og 7.

Figur 6: Fordelinger for USDNOK

Kurs (x-akse) og sannsynlighetstetthet (y-akse). Per 13 oktober.

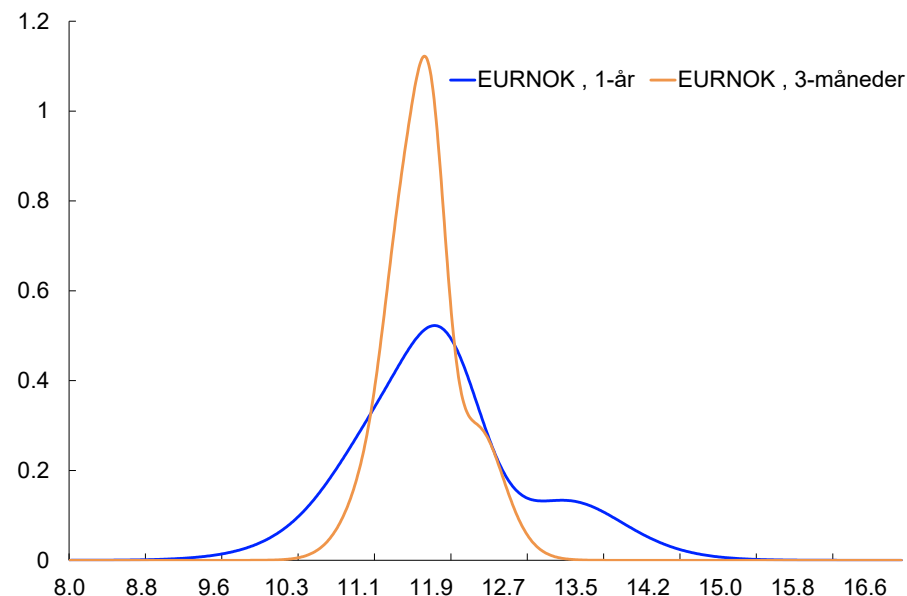


Kilde: LSEG og Norges Bank

Fordelinger basert på kroneopsjoner mot store internasjonale valutaer som amerikanske dollar og euro, har typisk en fet høyrehale. Dette kommer tydelig fram i begge fordelingene. Det innebærer at opsjonsmarkedet priser inn høyere sannsynlighet for betydelige svekkelser av kronen, som er en liten valuta med mindre likviditet enn euro og dollar, enn for tilsvarende store styrkinger. Standardavviket er samtidig høyere for USDNOK enn for EURNOK, noe som trolig reflekterer en forventning om at kursbevegelser vil være mer volatile i dollar-krysset enn i euro-krysset.

Figur 7: Fordelinger for EURNOK

Kurs (x-akse) og sannsynlighetstetthet (y-akse). Per 13 oktober.



Kilde: LSEG og Norges Bank

Ettårsfordelingene har mye til felles med tremånedersfordelingene i form, men er bredere. Standardavviket øker med tidshorisonten, i tråd med at valutakursen kan avvike mer fra dagens terminkurs når tidshorisonten er lengre. For kronekursen ser vi også en tendens til at høyrehalen til fordelingen er fetere på ettårssikt sammenlignet med tremåneders sikt. Det tyder på en forhøyet prising av risiko for en stor kronekursvekkelse på ettårssikt sammenlignet med tremånederssikt.

I mange sammenhenger kan det være mer informativt å uttrykke fordelingene i prosentvis endring fra dagens terminkurs enn i nivået på valutakursen. Dette gjelder særlig når fordelinger på ulike datoer skal sammenlignes. Kursnivået kan endre seg betydelig over tid. En transformasjon til prosentvis endring fra dagens terminkurs er en form for normalisering som gjør at fordelinger på ulike datoer er enklere å sammenligne¹⁰. Det vil da også være enklere å se skjevheten i fordelingen, ved å for eksempel beregne sannsynligheten for en fem prosent svekkelse, og sammenligne det med sannsynligheten for en 5 prosent styrking.

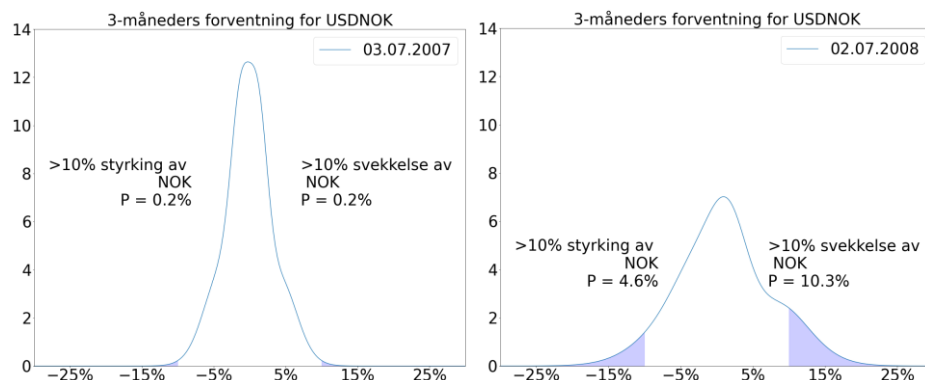
Figur 8 viser eksempler på to slike fordelinger for USDNOK på datoene 3. juli 2007, og 2. juli 2008. I den perioden styrket kronen seg fra en kurs på om lag 5,8 til 5,1. På førstnevnte dato var prisingen av kronen mot dollar nokså symmetrisk. Beregnet sannsynlighet for en ti prosent svekkelse av kronen mot amerikanske dollar var om lag den samme som sannsynligheten for en ti prosent styrking. I tillegg var sannsynligheten for en ti prosent bevegelse i den ene eller andre retningen svært liten. Ett år senere hadde markedsforholdene endret seg betydelig. Den implisitte volatiliteten som ble priset inn i kronekursen

¹⁰ En transformasjon av en sannsynlighetsfordeling over en variabel til en annen kan gjøres med formelen:
$$f_R(R) = f_P(P_0(1+R)) \cdot \frac{d}{dR}(P_0(1+R)) = f_P(P_0(1+R))P_0.$$

var høyere, som resulterte i et større utfallsrom. I tillegg var usikkerheten som ble priset inn mer asymmetrisk. Den prisede sannsynligheten for en svekkelse på ti prosent i løpet av de neste tre månedene var større enn tilsvarende sannsynlighet for en styrking.

Figur 8: Fordelinger for USDNOK

Per 3. juli 2007 og 2. juli 2008. Prosent endring fra terminkurs samme dag. Tremåneders sikt

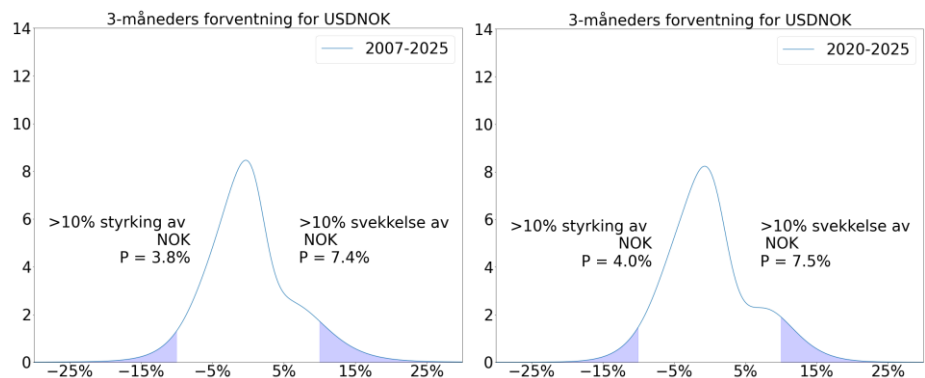


Kilde: LSEG og Norges Bank

Fordelinger som er laget over prosentvis endring kan også brukes til å lage en standardfordeling over lengre tidsperioder. Det kan gjøres ved å ta gjennomsnittet av en rekke fordelinger over et gitt tidsintervall. Ved hjelp av slike fordelinger kan vi undersøke hvordan en «typisk» fordeling så ut i en gitt tidsperiode. Figur 9 viser to slike fordelinger for periodene 2007-2025 og 2020-2025.

Figur 9: Fordelinger for USDNOK

Gjennomsnittsfordelinger for USDNOK beregnet over to ulike perioder. Prosent endring fra terminkurs samme dag. Tremåneders sikt



Kilde: LSEG og Norges Bank

Gjennomsnittsfordelingen for hele perioden er skjev. Det vil si at den viser en tendens til at det prises inn en større usikkerhet for en stor svekkelse av kronekursen mot dollar, relativt til en tilsvarende styrking. Figuren som viser gjennomsnittsfordelingen siden 2020 ligner på fordelingen for hele perioden. Slik sett har risikoen som prises inn i kronekursen de siste fire til fem årene i stor grad vært den samme som den historisk prisede risikoen.

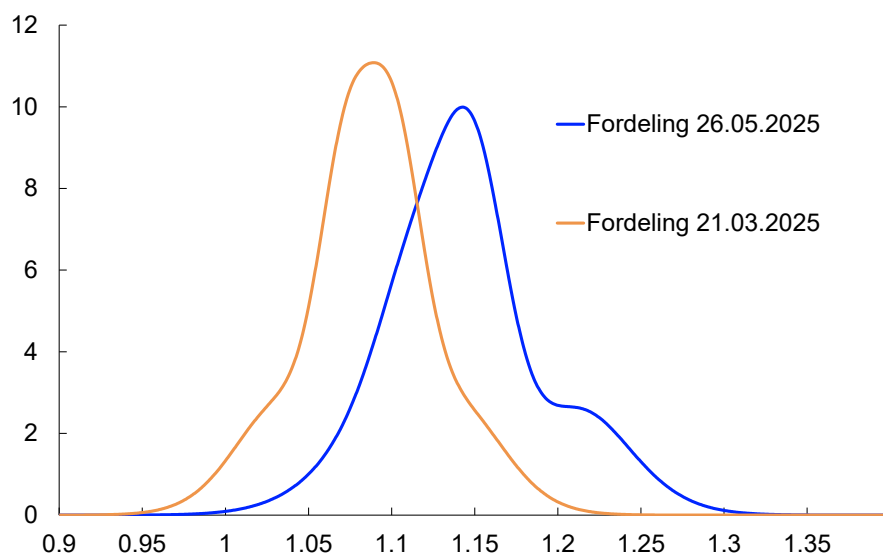
4.2 Opsjoner på kursen mellom euro og dollar

Asymmetri i en opsjonsbasert fordeling for EURUSD-kursen kan si noe om prisingen av risiko mellom euro og amerikanske dollar. Figur 10 viser to fordelinger for EURUSD-kursen med tremåneders horisont, beregnet 3. mars og 26. mai 2025. I mars hadde fordelingen en markert venstrehale, noe som indikerer at markedet priset inn forhøyet risiko for en større svekkelse av euroen mot dollaren.

Tre måneder senere er situasjonen endret. Dollaren har svekket seg mot euroen, slik at hele fordelingen er forskjøvet. Samtidig har fordelingen en fet høyrehale. Det tyder på at opsjonsmarkedet har gått fra å prise inn forhøyet risiko for en betydelig styrkelse av dollaren, til nå å prise inn forhøyet risiko for en betydelig dollarsvekkelse i denne perioden.

Figur 10: Fordelinger for EURUSD

Kurs (x-akse) og sannsynlighetstetthet (y-akse). Per 3. mars og 26. mai 2025. Tremåneders sikt



Kilde: LSEG og Norges Bank

Endringen fant i hovedsak sted gjennom april 2025. Det var en periode med forhøyet volatilitet i finansmarkedene i forbindelse med nye amerikanske tollsatser på importerte varer. I mange episoder med finansmarkedsuro har dollaren tradisjonelt styrket seg, og opsjoner som gir gevinst når dollaren styrkes har da blitt relativt sett dyrere. I dette tilfellet ser vi det motsatte mønsteret. Opsjoner som beskytter mot dollarsvekkelse ble relativt sett dyrere, noe som reflekteres i den fete høyrehalen i mai-fordelingen.

4.3 Opsjoner på sveitsiske franc i 2015

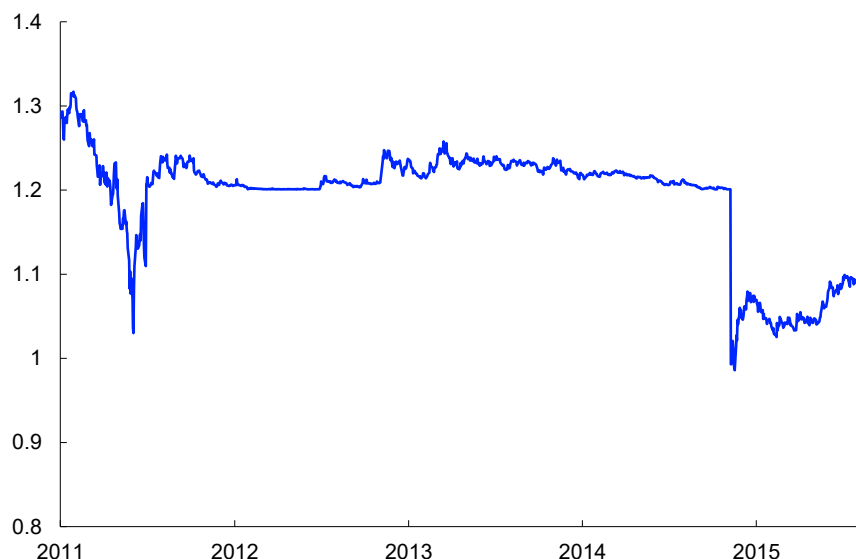
De foregående eksemplene har vært hentet fra valutaer under flytende valutakursregimer. Metoden kan også brukes til å undersøke hvordan opsjonsmarkedet priser risikoen for brudd i ulike former for fastkursregimer. Mer konkret kan vi undersøke om markedet priser inn brudd i et fastkursregime, eller i et valutakurstak eller gulv. Et eksempel på det er kursgulvet mellom sveitsiske franc og euro fra september 2011 til januar 2015.

I løpet av første halvdel av 2011 styrket den sveitsiske francen seg betydelig mot euroen som følge av den europeiske gjeldskrisen. Se figur 11. Den 6.

september 2011 annonserte den sveitsiske sentralbanken at den ville intervenere i markedet for å holde CHF/EUR-kursen over 1,2. Kursen ble svekket i løpet av kort tid, og gulvet på kursen ble forsvart fram til 15. januar 2015. Da ble valutakurstaket avskaffet, og den sveitsiske francen styrket seg umiddelbart i overkant av 20 prosent mot euroen.

Figur 11: Kursen for EURCHF

Euro per sveitsiske franc. Mars 2011-oktober 2015



Kilde: Norges Bank¹¹

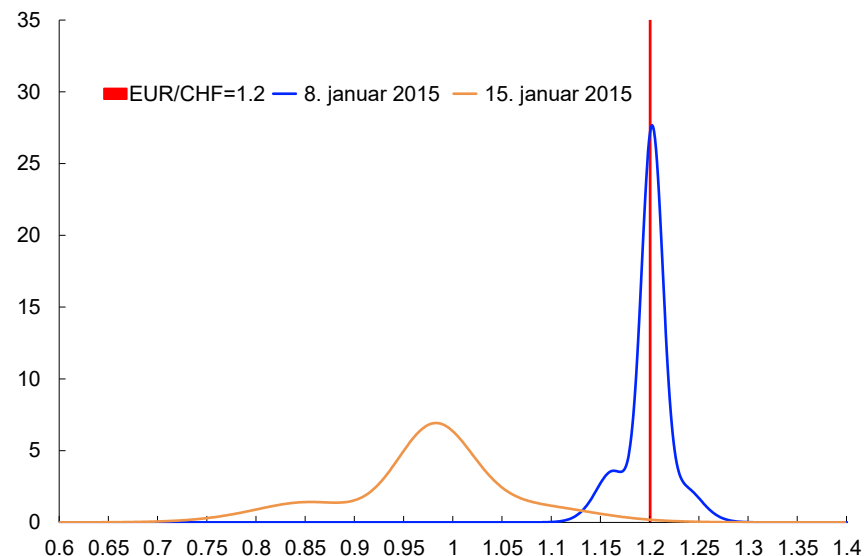
Figur 12 viser opsjonsbaserte fordelinger for EURCHF med tre-måneders horisont per 8. og 15. januar 2015. Fordelingen 8. januar viser høyest sannsynlighet for en kurs på 1,2 og lavere, men også en viss venstrehale under 1,2. Basert på denne fordelingen kan sannsynligheten for at gulvet brytes i løpet av de neste tre månedene anslås til om lag 40 prosent. Bruddene i gulvet som ble priset inn var imidlertid små.

Fordelingene viser at ved avskaffelsen av gulvet ble ikke bare fordelingen forskjøvet, men volatiliteten i kursen økte betydelig. Fordelingen per 8. januar 2015 har et standardavvik på om lag 2,3 prosent, mot 9,1 prosent for fordelingen per 15. januar 2015. I etterkant ble implisitt volatilitet i kursen normalisert, og i 2019 lå den i hovedsak mellom 5 og 6 prosent.

¹¹ Kursen er beregnet fra kursen på EURNOK og CHFNOK

Figur 12: Fordelinger for CHFEUR

Kurs (x-akse) og sannsynlighetstetthet (y-akse). Per 8. og 15. januar 2015



Kilde: LSEG og Norges Bank

En mulig tolkning er at markedet priset inn en viss sannsynlighet brudd på gulvet, men at en eventuell avskaffelse av gulvet ville gi langt mindre kursbevegelser enn det som faktisk skjedde. Når kursregimet ble brutt, førte det til en betydelig økning i usikkerheten rundt kursnivået, og denne usikkerheten vedvarte for en lengre periode etterpå. Selv om sannsynligheten for en full avskaffelse av gulvet kan ha vært vurdert som lav, vil opsjoner med innløsningskurs under gulvet alltid ha positiv verdi, nettopp fordi et slikt scenario ikke kan utelukkes.

4.4 Forventninger eller risikopremier?

Forventningsbegrepet som brukes i dette notatet, refererer til markedsforventninger basert på en risikonøytral forventning. Dette kan avvike fra aktørenes «faktiske» forventninger. Steget fra markedspriser til en sannsynlighetsfordeling bygger på en antakelse om at betalingsvilligheten for en opsjon er knyttet til sannsynligheten for at opsjonen har en verdi på forfallstidspunktet. Med andre ord forutsettes det at prisene vi observerer er satt av aktører som kjøper eller selger opsjoner basert på vurderinger av sannsynlighet for ulike framtidige kursendringer.

For mange markedsaktører vil opsjonshandler være motivert av et behov eller en preferanse for å sikre seg mot risiko. Med andre ord kan opsjonskjøpere være risikoaverse. Et flyselskap kan kjøpe kjøpsopsjoner på oljekontrakter for å sikre seg mot høyere drivstoffkostnader. En porteføljeforvalter kan kjøpe salgsopsjoner på en aksjeindeks for å begrense tap ved markedsfall. Og en industribedrift kan kjøpe valutaopsjoner for å sikre utenlandshandel mot valutakurssvingninger.

Forsikringsmotivet for å kjøpe opsjoner kan være en viktig del av prisfastsettelsen på opsjoner, men det gir ikke det komplette bildet. I praksis vil opsjonspriser fastsettes både av aktører som ønsker forsikring, og av aktører som har et syn på framtidig markedsutviklingen som kan uttrykkes gjennom opsjonskontrakter. Å skille risikopremier i opsjonspriser fra forventninger om

markedsutviklingen er vanskelig. Fordelingene som er beregnet i denne artikkelen må derfor antas å kunne inneholde både risikopremier og forventninger om framtidig kursutvikling.

Som med andre typer forsikringer innebærer opsjoner at kjøperen betaler en premie, mot at de under gitte betingelser mottar en større sum hvis den underliggende markedsprisen har beveget seg i opsjonens favør. På motsatt side fungerer opsjonsselgere som forsikringsselgere. Opsjonsselgere mottar opsjonspremier fra kjøperen, men påtar seg da en risiko for at opsjonen har positiv verdi ved forfall, og at opsjonen da vil utøves. I motsetning til en forsikringsselger, vil imidlertid en opsjonsselger kunne sikre seg mot risikoen ved å ta en posisjon i det underliggende instrumentet («delta hedging»). Ved salg av en kjøpsopsjon, kan opsjonsselgeren kjøpe det underliggende instrumentet for en verdi som er proporsjonalt med eksponeringen som er gitt av opsjonen. Dette vil imidlertid ha en finansieringskostnad, som igjen kan påvirke prisen på den opprinnelige opsjonen.

Bank of England (2004) argumenterer for at forventningsverdien til risikonøytrale fordelinger ofte kan avvike fra forventningsverdien til den «sanne» fordelingen. Den risikonøytrale fordelingen vil ha en forventningsverdi som er svært nær terminprisen på det underliggende instrumentet med samme løpetid. Det følger av en antagelse om at arbitrasjemuligheter mellom terminmarkedet og opsjonsmarkedet er utelukket¹², men legger også restriksjoner på hvor fordelingen vil være sentrert. For andre momenter, som varians, skjevhet og kurtose, vil det imidlertid kunne være større samsvar mellom den risikonøytrale fordelingen og den «sanne» fordelingen. Rompolis og Tzavalis (2010) viser at risikopremien som er innbakt i den risikonøytrale fordelingen for aksjeindekser, i hovedsak kan forklares av fordelings skjevhet. For aksjeindekser vil det ofte være en negativ skjevhet i fordelingen, som indikerer en høyere pris for forsikringer mot store aksjemarkedsfall. For kronekursen ser vi normalt en positiv skjevhet, som indikerer en høyere pris for forsikringer mot kronekurssvekkelser. Den positive skjevheten i kronekursen kan på samme måte tolkes som en risikopremie ved å eie norske kroner.

5. Oppsummering

Opsjonspriser kan inneholde informasjon om markedets prising av sannsynlighet for prisendringer i opsjonens underliggende instrument. Ved hjelp av opsjoner på mange innløsningskurser, er det også mulig å estimere en sannsynlighetsfordeling for prisen på det underliggende.

I denne artikkelen har vi tatt utgangspunkt i metoden som Atlanta Federal Reserve Bank bruker i sin «Market Probability Tracker». Vi har deretter tilpasset

¹² Hvis forventningsverdien fra opsjonsmarkedet avviker fra prisene vi ser i terminmarkedet, åpner det for en arbitrasjemulighet fordi kombinasjoner av opsjonskontrakter kan brukes til å lage syntetiske terminkontrakter. Si at forventningsverdien fra opsjoner på USDNOK gir en kurs om ett år på 10, mens den ettårige terminkursen er 11. Anta også at ettårsrenten i Norge og USA er den samme. Da vil det lønne seg å selge dollar i terminmarkedet om ett år til kurs 11. For å sikre den posisjonen kan vi kjøpe en kjøpsopsjon og selge en salgsoptions med innløsningskurs 10. En slik kombinasjon av opsjoner vil etterligne en terminkontrakt hvor vi er forpliktet til å kjøpe dollar mot kroner om ett år til kurs 10. Hvis opsjonsmarkedet priser inn en forventningsverdi lik 10, vil de to opsjonskontraktene ha samme pris, slik at den transaksjonen ikke medfører noe utlegg. Siden vi i terminmarkedet har inngått en terminkontrakt for å selge dollar mot kroner til kurs 11 om ett år, sitter vi igjen med risikofrigjevinst på 1 krone uavhengig av markedsbevegelsene.

metoden for å brukes på valutaopsjoner. Basert på estimeringene i denne artikkelen, ser det ut til at det normalt er priset inn større sannsynlighet for en betydelig svekkelse av kronekursen mot amerikanske dollar og euro, sammenlignet med sannsynligheten for en tilsvarende styrking.

Opsjonsbaserte sannsynlighetsfordelinger har også noen begrensninger. Forventningsverdien av fordelingene vil normalt ligge nært terminkursen i markedet med samme løpetid. Det skyldes at opsjoner prises slik at det ikke er betydelig arbitrasjemuligheter mellom opsjonsmarkedet og terminmarkedet. Det er heller ikke lett å skille hva som er forventning fra hva som er risikopremier, og generelt må en derfor anta at fordelingene innehar begge deler.

Kilder

- Bahra, B. (1997). *Implied risk-neutral probability density functions from option prices: theory and application*. Bank of England working papers.
- Bank of England. (2004). *Notes on the Bank of England Option Implied Probability Density Functions*. Bank of England.
- Blake, A., & Rule, G. (2015). *Deriving option-implied probability densities for foreign exchange markets*. Bank of England.
- Breeden, D., & Litzenberger, R. (1978). Prices of State-Contingent Claims Implicit in Option Prices. *Journal of Business*, Vol. 51, No. 4.
- Figlewski, S. (2018). Risk-Neutral Densities: A Review. *Annual Review of Financial Economics*, 329-359.
- Fisher, M. (2016). *Simplex Regression*. Retrieved from https://www.atlantafed.org/-/media/documents/cenfig/market-probability-tracker/market-probability-tracker_simplex-regression.pdf
- Garman, M. B., & Kohlhagen, S. W. (1983). Foreign currency option values. *Journal of International Money and Finance*, Volume 2, Issue 3, 231-237.
- Gelman, A., & Rubin, D. B. (1992). Inference from Iterative Simulation Using Multiple Sequences. *Statistical Science*, 457-511, Vol 7 No 4.
- Rompolis, L. S., & Tzavalis, E. (2010). Risk Premium Effects on Implied Volatility Regressions. *The Journal of Financial Research*, Volume 33 Issue 2 125-151.
- Savitzky, A., & Golay, M. J. (1964). Smoothing and Differentiation of Data by Simplified Least Squares Procedures. *Analytical Chemistry*, 1627-1639, Vol 36 Issue 8.

Vedlegg 1: Estimering

Den risikonøytrale fordelingen $f^Q(x)$ antas å være en Beta-Normal blandingsfordeling. Det vil si at $f^Q(x)$ er en vektet sum av fordelinger med formen:

$$f^Q(S) = \sum_{j=1}^k \beta_j g_j(S)$$

$$g_j(S) = \text{Beta}\left(N\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) \middle| j, K-j+1\right) N'(S|\mu, \sigma^2)$$

Hvor $N'()$ og $N()$ er henholdsvis en normal tetthets- og kumulativ normalfordeling. β_j er vektene til hver av fordelingene. Det innebærer at vi trenger to restriksjoner på vektene verdier: $0 \leq \beta_j \leq 1$ og $\sum_{j=1}^k \beta_j = 1$. Dette sikrer at alle vektene har en verdi mellom 0 og 1, og at alle vektene summerer til 1.

For en gitt kjøpsopsjon kan vi da skrive opsjonsverdien som:

$$C_i = D \int_{K_i}^{\infty} (S - K_i) \sum_{j=1}^k \beta_j g_j(S) dS$$

$$C_i = D \sum_{j=1}^k \beta_j \int_{K_i}^{\infty} (S - K_i) g_j(S) dS$$

I neste steg av estimeringen må vi beregne alle teoretiske opsjonsverdier for hver og en av basisfordelingene. La X^C være en matrise hvor vi for hver kjøpsopsjon i datasettet beregner forventningsverdien under hver basisfordeling j . Det vil si at hver verdi i X^C vil være forventet utbetaling fra en opsjon om vi antar at hver og en av basisfordelingene er sannsynlighetsfordelingen for det underliggende instrumentet. Da vil hvert element i, j i matrisen være definert ved forventningsverdien for opsjon i under sannsynlighetsfordelingen $g_j(S)$:

$$X_{ij}^C = \int_{K_i}^{\infty} (S - K_i) g_j(S) dx$$

Da kan vi skrive verdien av en kjøpsopsjon som:

$$C_i = D \sum_{j=1}^k \beta_j X_{ij}$$

For salgsoptionene beregner vi en matrise X^P hvor hvert element er definert ved:

$$X_{ij}^P = \int_{-\infty}^{K_i} (K_i - S) g_j(S) dx$$

Til slutt kan alle opsjonsverdier settes sammen til en enkelt vektor $y = [C', P']$, og alle de beregnede opsjonsverdiene settes sammen til en matrise $X = [X^C, X^P]$. For å finne vektene β_j i den Beta-Normale fordelingen estimerer vi regresjonsligningen:

$$y_i = D \sum_{j=1}^k \beta_j X_{ij} + \varepsilon_t$$

Hvor y_i er en opsjonspris for enten en kjøpsopsjon eller en salgsoption. X_{ij} beregnes numerisk for en gitt verdi på μ og σ . μ settes til den observerte terminprisen på det underliggende instrumentet. σ kan fastsettes på ulike måter basert på observert implisitt volatilitet. Her bruker vi gjennomsnittlig implisitt volatilitet for opsjonene som er brukt i estimeringen.

Som i Fisher (2016) bruker vi en bayesiansk tilnærming til å estimere vektene¹³.

La $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_k)$, og anta at β á priori har en Dirichlet-fordeling:

$$\beta \sim \text{Dir}\left(\frac{\alpha}{k}\right)$$

Dirichlet-fordelingen sikrer at alle vektene har verdi mellom 0 og 1, og summeres til 1.

α er en konsentrasjonsparameter. α bestemmer hvor konsentrerte vektene i blandingsfordelingen vil være. Hvis α får en høy verdi tilsvarer det at β -vektene med høy verdi vil ligge nærme hverandre. α er også en tilfeldig variabel med en lognormal á priori fordeling:

$$\alpha \sim \text{LogNorm}(\gamma, \eta^2) \quad \text{hvor } \gamma, \eta^2 = (1, 1)$$

Videre definerer vi en á priori fordeling for diskonteringsfaktoren.

Diskonteringsfaktoren kan ha en fordeling som ikke tillater negative verdier. I tillegg vil diskonteringsfaktoren normalt ha en verdi nær 1. Vi velger å bruke en trunkert normalfordeling sentrert rundt 1:

$$D \sim \text{TrunkNorm}(\lambda, \tau^2, \min = 0) \quad \text{hvor } \lambda, \tau^2 = (1, 1)$$

Til slutt definerer vi en á priori fordeling for standardavviket til restleddet ε_t , $\sigma_\varepsilon \sim \text{HalvNorm}(u^2)$. σ_ε er ikke en parameter av spesiell interesse her, og vi bruker en forholdsvis uinformativ á priori fordeling ved å sette $u = 5$.

Vedlegg 2: Sannsynlighetsfordelinger med andre metoder¹⁴

En annen måte å utlede en sannsynlighetsfordeling fra opsjonspriser på, er å benytte resultatet fra Breeden og Litzenberger (1978). De viser at den risikonøytrale fordelingen kan utledes fra opsjonspriser som den andrederiverte av opsjonsprisen med hensyn på innløsningsprisen:

$$f^Q = e^{rT} \frac{\partial^2 C}{\partial K^2}$$

Det betyr at vi kan finne den risikonøytrale fordelingen ved å numerisk derivere opsjonsprisene vi observerer med hensyn på innløsningskursen. Numerisk derivasjon er imidlertid sensitiv for støy i datasettet, samt at vi kun har et begrenset antall datapunkter tilgjengelig.. For å konstruere en sannsynlighetsfordeling fra opsjonspriser med denne metoden, behandler vi dataene på følgende trinnvise måte:

1. Basert på de 18 deltaverdiene vi har lager vi en glatt kurve for implisitt volatilitet som funksjon av deltaverdi ved hjelp av cubic spline interpolering.
2. Deltaverdier og implisitt volatilitet omregnes til innløsningskurser og opsjonspriser.

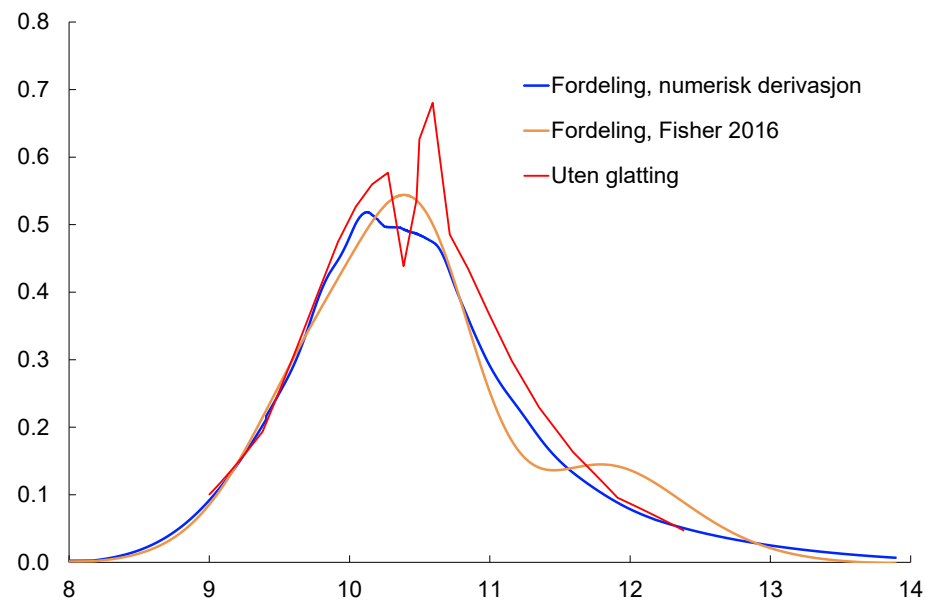
¹³ Estimeringen er gjort med Python-pakken PyMC.

¹⁴ Se Bahra (1997) og Figlewski (2018) for en mer omfattende oversikt og sammenligning av alternative metoder.

3. Den førstederiverte av priskurven med hensyn på innløsningskurs ($\frac{\partial C}{\partial K}$) beregnes numerisk og glattes ved hjelp av et Savitzky-Golay filter¹⁵.
4. $\frac{\partial^2 C}{\partial K^2}$ beregnes numerisk.

Figur 13: Sammenligning av to metoder

USDNOK. Tremåneders horisont. 3.10.2022



Kilde: LSEG og Norges Bank

Figur 13 viser en sammenligning av denne metoden, og metoden fra Fisher. I tillegg viser vi hvordan fordelingen vil se ut uten noen form for glatting.

Eksempelen bruker USDNOK opsjonspriser med tre måneder til forfall fra 3.10.2022. I denne perioden var det priset inn høy usikkerhet i USDNOK-kursen. Implisitt volatilitet for en ATM opsjon var om lag 17 prosent, mens et mer normalt nivå de siste årene har vært 10-12 prosent.

Hovedforskjellen mellom metodene er først og fremst synlig i høyrehalen av fordelingen. Med Fisher (2016) metoden får fordelingen en modalverdi i høyrehalen, mens metoden som bruker numerisk derivasjon er jevnere. Til gjengjeld antyder sistnevnte metode noe høyere sannsynlighet for at kursen på tremåneders sikt er over 13. At metoden som bruker numerisk derivasjon ikke får en ekstra modalverdi, kan til dels skyldes at numerisk derivasjon normalt krever en form for glatting. Glattingen sørger for at derivasjonen ikke blir sensitiv for støy i dataene. Samtidig kan det føre til at multimodalitet blir glattet over.

¹⁵ Se Savitzky og Golay (1964)

Vedlegg 3: Robusthetstester

En måte å teste hvor robust fordelingene vi estimerer er, er å se hvorvidt fordelingene kan replikere opsjonspriser som vi allerede kjenner. For en kjøps- eller salgsoption kan opsjonsverdien beregnes som:

$$\hat{C} = D \int_K^{\infty} (S - K) f^Q(S) dS$$

$$\hat{P} = D \int_0^K (K - S) f^Q(S) dS$$

Hvor $\hat{C}$ og $\hat{P}$ er våre estimerte opsjonspriser. For å gjøre opsjonsprisene sammenlignbare på tvers av ulike innløsningskurser, regner vi om opsjonspriser til implisitt volatilitet, $\widehat{\sigma}_{IV}$. For å måle hvor bra estimatet er, beregner vi gjennomsnittet av det kvadrerte avviket mellom estimerte og observerte implisitte volatiliteter:

$$RMSE = \frac{1}{N} \sum_i^N \sqrt{(\sigma_{IV,i} - \widehat{\sigma}_{IV,i})^2}$$

Hvor N er antall opsjoner. Tabell 1 viser RMSE for tremåneders USDNOK-opsjoner på ulike deltaverdier for perioden 2007-2025. Resultatene indikerer at RMSE for implisitt volatilitet ligger i området 0,33 til 0,61 prosentpoeng. De er samtidig høyere for opsjoner som er ATM sammenlignet med opsjoner som er OTM.

Tabell 1: Avvik mellom estimert og observert implisitt volatilitet

Delta	50	45	40	35	30	25	20	15	10
RMSE, N=903	0,61 %	0,41 %	0,34 %	0,33 %	0,33 %	0,33 %	0,34 %	0,35 %	0,37 %

Vi tester konvergens til MCMC-algoritmen ved hjelp av en Gelman-Rubin test, også kjent som en $\hat{R}$ test (Gelman og Rubin, 1992). Når vi estimerer fordelingene, bruker vi fire ulike markovkjeder. $\hat{R}$ testen gir en indikasjon på hvor bra de ulike kjedene konvergerer til de samme parameterverdiene. Resultatene fra testen er oppsummert i tabell 2. Konvergens for parameterverdier på tvers av kjedene kan testes ved å se om den høyeste $\hat{R}$ verdien i β er under 1,05. Verdi under 1,05 indikerer konvergens.

Tabell 2: Gelman-Rubin test

Valutakurs	Antall estimeringer	Andel $\hat{R} > 1,05$
EURNOK	143	7,14 %
EURUSD	134	11,84 %
USDNOK	128	14,67 %

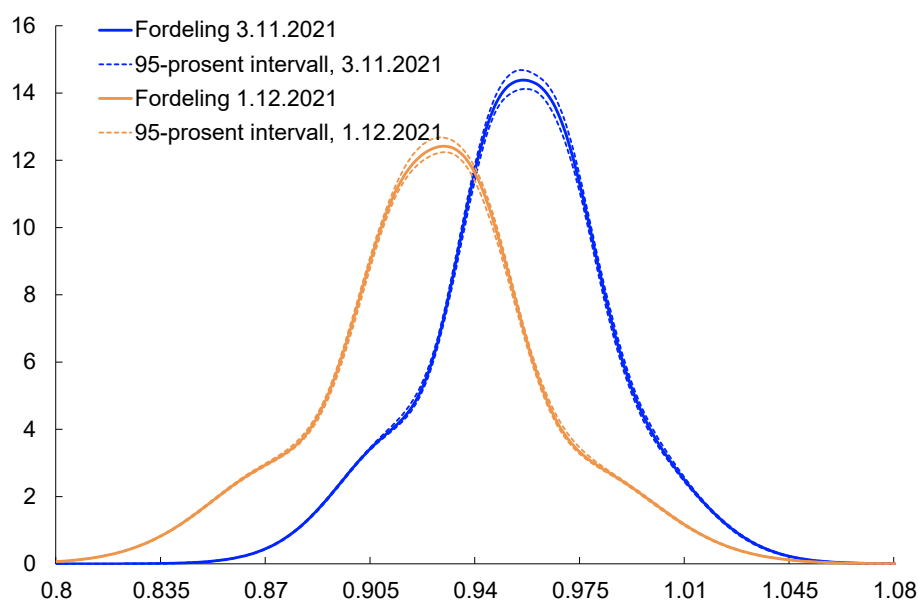
Ved å kun se på den høyeste $\hat{R}$ verdien er dette en forholdsvis konservativ test. En andel på 14,67 prosent hvor $\hat{R}$ er over 1,05 er allikevel noe høyt for USDNOK. Det behøver imidlertid ikke å være et problem for robustheten til estimeringene. Hvis $\hat{R}$ er over 1,05 for en gitt β -verdi, kan det tyde på at antallet

basisfordelinger er høyt i forhold til antall opsjonspriser vi har. Da vil estimeringene få problemer med å skille vektning av en β -verdi fra nærliggende verdier. I så fall kan de ulike markovkjedene konvergere mot ulike verdier. For den endelige fordelingen vil dette ikke nødvendigvis ha noen stor betydning.

For å undersøke nærmere konsekvensen av at $\hat{R}$ er over 1,05, ser vi på to eksempler for EURUSD-kursen på datoene 3.11.2021 og 1.12.2021. På førstnevnte dato feilet estimeringen konvergenstesten med en maksimal $\hat{R} = 1,18$. På sistnevnte dato var $\hat{R} = 1,01$. For de to datoene kan vi se på usikkerhetsvifter for fordelingene. Usikkerhetsviftene konstrueres ved å lage fordelinger med alle parameterverdiene i å posteriori uttrekkene. Deretter kan usikkerhetsvifter lages ved å bruke et 2,5-97,5 prosent intervall. Dette er illustrert i figur 14.

Chart 14: Usikkerhetsvifter for to EURUSD-fordelinger

Per 3.11.2021 og 1.12.2021



Kilde: LSEG og Norges Bank

For begge fordelingene ligger usikkerhetsviftene nokså tett på fordelingen basert på å posteriori gjennomsnittet. Så i dette tilfellet er det få tegn til at manglende konvergens var problematisk for fordelingen 3.11.2021.